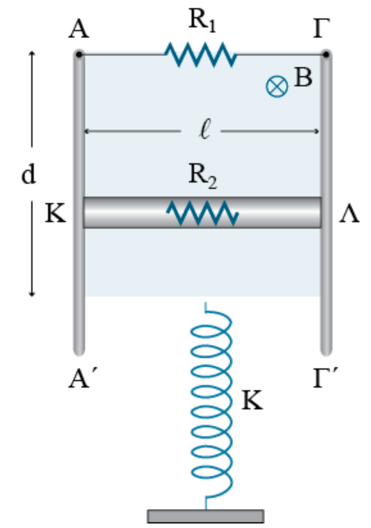
ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ
Ατρείδης Γιώργος

ΘΕΜΑ Δ

Δύο κατακόρυφοι αγώγιμοι ράβδοι ΑΑ΄ και ΓΓ΄ απέχουν μεταξύ τους απόσταση ℓ=0,5m και έχουν αμελητέα αντίσταση. Ενώνουμε τα άκρα Α και Γ των δυο ράβδων με αντίσταση R_1=1Ω. Ένας οριζόντιος αγωγός ΚΛ μάζας m=0,2Kg μήκους ℓ και αντίστασης R_2=3Ω αφήνεται ελεύθερος τη χρονική στιγμή t_o=0 να κινηθεί χωρίς τριβές από τα άνω άκρα Α και Γ των δυο ράβδων. Ο αγωγός κατά την κίνησή του παραμένει οριζόντιος έχοντας συνεχώς τα άκρα του πάνω στις δυο ράβδους. Κάθετα στο επίπεδο των ράβδων υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=4T το οποίο εκτείνεται σε κατακόρυφο μήκος d όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Τη χρονική στιγμή που ο αγωγός ΚΛ έχει διανύσει την απόσταση d, αποκτά οριακή ταχύτητα και συναντά το ελεύθερο άκρο ενός ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=100N/m. Από τη χρονική στιγμή t_o=0 μέχρι τη χρονική στιγμή που ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα, πάνω στις αντιστάσεις παράγεται θερμότητα Q_R=1,2J.



Δ1. Να υπολογίσετε την οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει ο αγωγός ΚΛ.

Δ2. Να υπολογίσετε το κατακόρυφο μήκος d της έκτασης του μαγνητικού πεδίου.

Δ3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται προς τα κάτω με τη μέγιστη ταχύτητά του.

Δ4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του αγωγού ΚΛ από τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του είναι η μισή της οριακής για πρώτη φορά, μέχρι τη χρονική στιγμή που η ταχύτητά του είναι ίση με την οριακή για τέταρτη φορά.

Δίνεται η ένταση της βαρύτητας g=10m/s^2.
Να θεωρήσετε θετική την φορά προς τα πάνω.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

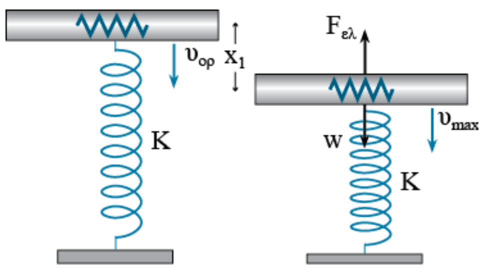
Δ1. Όταν ο αγωγός αποκτήσει οριακή ταχύτητα ισχύει ΣF=0.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w = F_L \Rightarrow mg = BI\ell \Rightarrow$$
$$\Rightarrow mg = B\frac{E_{επ}}{R_{ολ}}\ell \Rightarrow mg = B\frac{B\upsilon_{ορ}\ell}{R_1+R_2}\ell \Rightarrow$$
$$\Rightarrow mg = \frac{B^2\upsilon_{ορ}\ell^2}{R_1+R_2} \Rightarrow 0,2\cdot 10 = \frac{4^2\upsilon_{ορ}0,5^2}{4} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 8 = 4\upsilon_{ορ} \Rightarrow \upsilon_{ορ} = 2\,m/s$$

Δ2. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. στην κίνηση του αγωγού. Το έργο της δύναμης Laplace εκφράζει τη θερμότητα που παράγεται στις αντιστάσεις.

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_w + W_{F_L} = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow mgd + W_{F_L} = \frac{1}{2}m\upsilon_{ορ}^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0,2\cdot 10d - 1,2 = \frac{1}{2}0,2\cdot 2^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2d = 1,6 \Rightarrow d = 0,8\,m$$

Δ3. Ο αγωγός αφού συναντήσει το ελατήριο συνεχίζει να κινείται επιταχυνόμενος μέχρις ότου το βάρος του γίνει ίσο με τη δύναμη του ελατηρίου. Από την ισορροπία των δυνάμεων παίρνουμε:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w = F_{ελ} \Rightarrow mg = Kx_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 0,2\cdot 10 = 100x_1 \Rightarrow x_1 = 0,02\,m$$

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. υπολογίζουμε τη μέγιστη ταχύτητα του αγωγού.

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_w + W_{\varepsilon\lambda} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$$

$$mgx_1 + U_{\alpha\rho\chi} - U_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mgx_1 - \frac{1}{2}Kx_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_{o\rho}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,04 - 0,02 = 0,1\upsilon_{max}^2 - 0,4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0,1\upsilon_{max}^2 = 0,42 \Rightarrow \upsilon_{max} = \sqrt{4,2}\, m/s$$

Και ο ρυθμός μεταβολής είναι:

$$\frac{\Delta U_{\varepsilon\lambda}}{\Delta t} = P_{F_{\varepsilon\lambda}} = F_{\varepsilon\lambda}\upsilon_{max} = Kx_1\upsilon_{max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U_{\varepsilon\lambda}}{\Delta t} = 100 \cdot 0,02\sqrt{4,2} = 2\sqrt{4,2}\, J/s$$

Δ4. Όταν η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ είναι η μισή της οριακής για πρώτη φορά, αυτός κινείται προς τα κάτω, ενώ όταν είναι ίση με την οριακή για τέταρτη φορά, κινείται προς τα πάνω. Η μεταβολή στην ορμή του είναι:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = m\upsilon_{o\rho} - m\left(-\frac{\upsilon_{o\rho}}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = 0,2 \cdot 2 + 0,2 \cdot 1 = 0,6\, Kg \cdot m/s$$