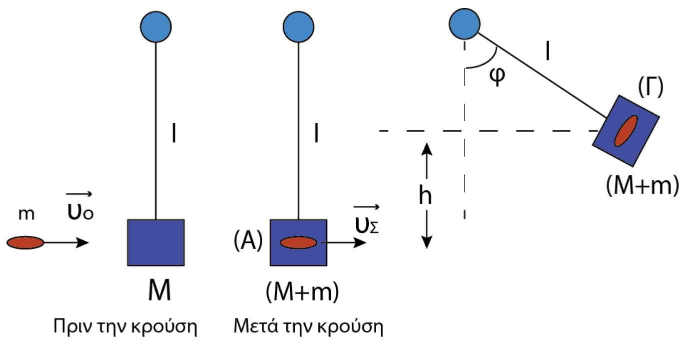
ΘΕΜΑ Δ

Ένα βλήμα μάζας m κινείται οριζόντια με ταχύτητα υ_o και σφηνώνεται σε ξύλο μάζας M, το οποίο είναι εξαρτημένο στο κάτω άκρο αβαρούς νήματος. Το ξύλο εκτρέπεται μέχρι μια θέση στην οποία το νήμα σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφη. Το μήκος του νήματος είναι l.



Δ1. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα υ_o του βλήματος

Δ2. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα

Δ3. Αν το βλήμα διαπεράσει το ξύλο και χάσει τα ¾ της αρχικής κινητικής του ενέργειας, να υπολογίσετε την ταχύτητα του πριν από την κρούση και μετά από αυτήν.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δ1. Για την πλαστική κρούση θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

Έστω ότι η ταχύτητα του βλήματος πριν την κρούση είναι υ_o και υ_Σ του συσσωματώματος μετά την κρούση.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m \cdot \upsilon_o = (m+M) \cdot \upsilon_\Sigma \Leftrightarrow \upsilon_o = \frac{m+M}{m} \cdot \upsilon_\Sigma \quad (1)$$

Στη συνέχεια το βλήμα και το ξύλο κινούνται σαν ένα σώμα και φτάνουν σε ύψος h από το αρχικό οριζόντιο επίπεδο.

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας στα σημεία Α και Γ.

$$K_A+U_A=K_\Gamma+U_\Gamma \Leftrightarrow K_A=U_\Gamma \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot\upsilon_\Sigma^2=(m+M)\cdot g\cdot h \quad (2)$$

Από το σχήμα έχουμε:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi=\frac{l-h}{l}\Leftrightarrow l\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=l-h\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow h=l-l\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi\Leftrightarrow h=l(1-\sigma\upsilon\nu\varphi) \quad (3)$$

Από τις (2) και (3) έχουμε:

$$\upsilon_\Sigma=\sqrt{2\cdot g\cdot l\cdot(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)} \quad (4)$$

Από τις (1) και (4) έχουμε:

$$\upsilon_o=\frac{m+M}{m}\cdot\sqrt{2\cdot g\cdot l\cdot(1-\sigma\upsilon\nu\varphi)}$$

Δ2. Για το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που έγινε θερμότητα έχουμε:

$$\alpha=\frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}}=\frac{\frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot\upsilon_\Sigma^2-\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_o^2}{\frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_o^2}\xrightarrow{(1)}$$
$$\alpha=\frac{(m+M)\cdot\frac{m^2}{(m+M)^2}\cdot\upsilon_o^2-m\cdot\upsilon_o^2}{m\cdot\upsilon_o^2}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow a=-\frac{M}{m+M}\cdot 100\%$$

Δ3. Έστω ότι το βλήμα αφού διαπεράσει το ξύλο εξέρχεται με ταχύτητα υ_β και το ξύλο αποκτά ταχύτητα υ_ξ.

Για το σύστημα θα ισχύει πάλι η αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi}=\vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}\Leftrightarrow m\cdot\upsilon_o=m\cdot\upsilon_\beta+\mathrm{M}\cdot\upsilon_\xi \quad (5)$$

Αφού το βλήμα χάνει τα ¾ της αρχικής κινητικής του ενέργειας η τελική κινητική του ενέργεια θα είναι:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{4} \cdot K_{\alpha\rho\chi} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_\beta^2 = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_o^2 \right) \Leftrightarrow \upsilon_\beta = \frac{\upsilon_o}{2} \quad (6)$$

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το ξύλο στις θέσεις Α και Γ.

$$E_A = E_\Gamma \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot M \cdot \upsilon_\xi^2 = M \cdot g \cdot h \xrightarrow{h = l \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot M \cdot \upsilon_\xi^2 = M \cdot g \cdot l \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \upsilon_\xi = \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)} \quad (7)$$

Από τις (5), (6) και (7) έχουμε:

$$\upsilon_o = \frac{2 \cdot M}{m} \cdot \upsilon_\xi \Leftrightarrow \upsilon_o = \frac{2 \cdot M}{m} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)}$$

$\kappa\alpha\iota$

$$\upsilon_\beta = \frac{M}{m} \cdot \upsilon_\xi \Leftrightarrow \upsilon_\beta = \frac{M}{m} \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \sigma\upsilon\nu\varphi)}$$