Ωρίωνας ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΦΥΣΙΚΗΣ	**ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

Ημερομηνία: Τετάρτη 12 Απριλίου 2017

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Δυο σώματα κινούνται στην ίδια οριζόντια διεύθυνση σε αντίθετη κατεύθυνση και με ορμές ίσου μέτρου. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Το ποσοστό επί τοις εκατό της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δυο σωμάτων που μετατρέπεται σε θερμότητα εξαιτίας της κρούσης είναι

α. 25 %.
β. 50 %.
γ. 75 %.
δ. 100 %.

Μονάδες 5

Α2. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων $Π_1$ και $Π_2$ οι οποίες βρίσκονται στην επιφάνεια ενός υγρού ξεκινούν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_o=0$ χωρίς αρχική φάση. Έτσι πάνω στην επιφάνεια του υγρού διαδίδονται δυο εγκάρσια αρμονικά κύματα. Η ελάχιστη διαφορά φάσης με την οποία πρέπει να φτάνουν τα δυο κύματα σ’ ένα σημείο της επιφάνειας του υγρού, ώστε αυτό να παραμένει ακίνητο, είναι

α. 0 rad.
β. π rad.
γ. $\frac{\pi}{4}$ rad.
δ. $\frac{\pi}{2}$ rad.

Μονάδες 5

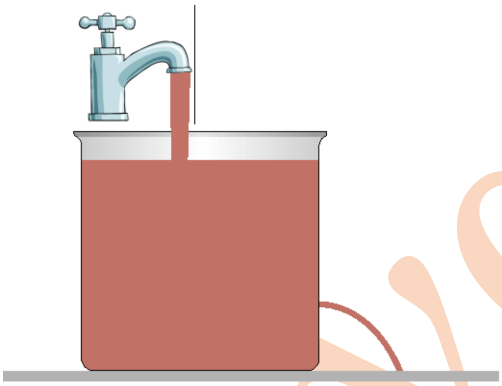
Α3. Σ’ ένα σημείο του δοχείου του σχήματος υπάρχει οπή εμβαδού διατομής $Α_1=Α$. Το δοχείο τροφοδοτείται με νερό μέσω μιας βρύσης εμβαδού διατομής $Α_2=2Α$ έτσι ώστε η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο να παραμένει σταθερή. Η ταχύτητα $υ_1$ της ροής του νερού στην οπή και η ταχύτητα υ_2 της ροής του νερού από τη βρύση συνδέονται με τη σχέση

α. $\upsilon_2 = \frac{\upsilon_1}{2}$.

β. $\upsilon_2 = \upsilon_1$.

γ. $\upsilon_2 = 2\upsilon_1$.

δ. $\upsilon_2 = 4\upsilon_1$.



Μονάδες 5

Α4. Μια συμπαγής σφαίρα μάζας m και ακτίνας R αφήνεται ελεύθερη να κινηθεί από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Αν η ροπή αδράνειας της σφαίρας είναι $I = \frac{2}{5}mR^2$, το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας που αποτελεί την κινητική της ενέργεια λόγω περιστροφής είναι

α. $\frac{2}{5}100\%$.

β. $\frac{1}{2}100\%$.

γ. $\frac{2}{7}100\%$.

δ. $\frac{1}{4}100\%$.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Όταν δυο σώματα διαφορετικών μαζών συγκρούονται ελαστικά, το πηλίκο της μεταβολής της κινητικής ενέργειας του ενός σώματος προς τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του άλλου είναι $\frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} = -1$.

β. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ο ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης κάθε χρονική στιγμή, είναι ίσος με το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.

γ. Η ταυτόχρονη διάδοση δυο ή περισσοτέρων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου ονομάζεται συμβολή.

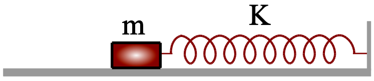
δ. Κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής το άθροισμα της πίεσης, της κινητικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου και της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ανά μονάδα όγκου είναι σταθερό σε οποιοδήποτε σημείο της.

ε. Οριζόντιος δίσκος στρέφεται χωρίς τριβές με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Από μικρό ύψος αφήνουμε ελεύθερο να πέσει σε σημείο της επιφάνειας του δίσκου ένα κομμάτι πλαστελίνης. Η στροφορμή της πλαστελίνης κατά την κρούση της με το δίσκο παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας m είναι στερεωμένο στην άκρη του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και περιόδου Τ. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση x=+A τοποθετούμε πάνω σ' αυτό ένα δεύτερο σώμα ίσης μάζας χωρίς αρχική ταχύτητα. Το σύστημα των δυο σωμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς να ολισθαίνει το πάνω σώμα σε σχέση με το κάτω. Αν K_{max} είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια του πρώτου σώματος κατά την ταλάντωσή του και K'_{max} η μέγιστη κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων κατά την ταλάντωσή τους, τότε ισχύει:



α. $K_{max} = K'_{max}$

β. $K_{max} = 2K'_{max}$

γ. $K_{max} = \frac{K'_{max}}{2}$

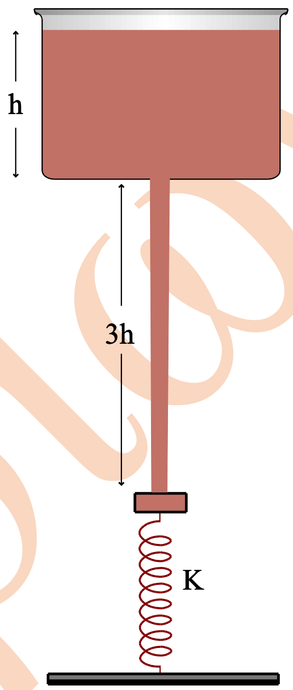
i) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Στο παρακάτω σχήμα στον πυθμένα του κυλινδρικού δοχείου ύψους h το οποίο περιέχει νερό πυκνότητας ρ, υπάρχει μια οπή εμβαδού διατομής A_1=A. Το εμβαδόν διατομής του κυλινδρικού δοχείου είναι πολύ μεγάλο έτσι ώστε η στάθμη του νερού σ' αυτό παραμένει σταθερή. Κάτω από τον πυθμένα του κυλινδρικού δοχείου υπάρχει ένα ελατήριο σταθεράς K στο άνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ένα πρισματικό δοχείο εμβαδού βάσης A_2=16A και ύψους h/8 το οποίο είναι γεμάτο με νερό και είναι κλειστό αεροστεγώς. Τα τοιχώματα του δοχείου έχουν αμελητέο βάρος. Όταν το νερό που βγαίνει από την οπή πέφτει πάνω στο κλειστό δοχείο που βρίσκεται πάνω στο ελατήριο, αυτό ισορροπεί σε απόσταση 3h από τον πυθμένα του δοχείου. Αν η ένταση της βαρύτητας είναι g και η ταχύτητα του νερού μετά την επαφή του με το πρισματικό δοχείο είναι μηδέν, η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι:



α. $U_{ελ} = \dfrac{16\rho^2 A^2 g^2 h^2}{2K}$.

β. $U_{ελ} = \dfrac{36\rho^2 A^2 g^2 h^2}{2K}$.

γ. $U_{ελ} = \dfrac{64\rho^2 A^2 g^2 h^2}{2K}$.

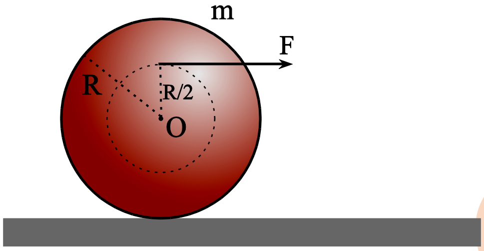
i) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Β3. Ο ομογενής δίσκος μάζας m και ακτίνας R του σχήματος βρίσκεται ακίνητος σε οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο δίσκο οριζόντια σταθερή δύναμη F στο σημείο Σ. Τότε ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Το μέτρο της στατικής τριβής που ασκείται στον δίσκο κατά την κίνησή του είναι:



α. $T_{στ} = \frac{F}{3}$

β. $T_{στ} = \frac{2F}{3}$

γ. $T_{στ} = 0$

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου $I = \frac{1}{2}mR^2$.

i) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

ii) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που έχει τη διεύθυνση του άξονα x΄Ox διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους Α με ταχύτητα υ=2m/s. Το κύμα τη χρονική στιγμή t_o=0 φτάνει στην αρχή Ο του άξονα και εξαναγκάζει το υλικό σημείο που βρίσκεται εκεί να ξεκινήσει την ταλάντωσή του από τη θέση ισορροπίας του έχοντας θετική ταχύτητα. Η μέγιστη κατακόρυφη απόσταση μεταξύ δύο υλικών σημείων του ελαστικού μέσου που ταλαντώνονται, ισούται με h=0,2m. Τα υλικά σημεία του ελαστικού μέσου που ταλαντώνονται, διέρχονται από τη θέση ισορροπίας τους με συχνότητα 10Hz.

Γ1. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.

Μονάδες 6

Γ2. Όταν το κύμα φτάσει στο σημείο Σ $\left(x_\Sigma = \frac{14}{15}\mathrm{m}\right)$ να υπολογίσετε το πηλίκο της δυναμικής ενέργειας προς την ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου που βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα.

Μονάδες 7

Γ3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της φάσης του σημείου Σ και ενός άλλου σημείου Μ (x_M=1,6m) σε συνάρτηση με το χρόνο. Οι γραφικές παραστάσεις να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα από τη χρονική στιγμή t_o=0 έως τη χρονική στιγμή t΄=1s.

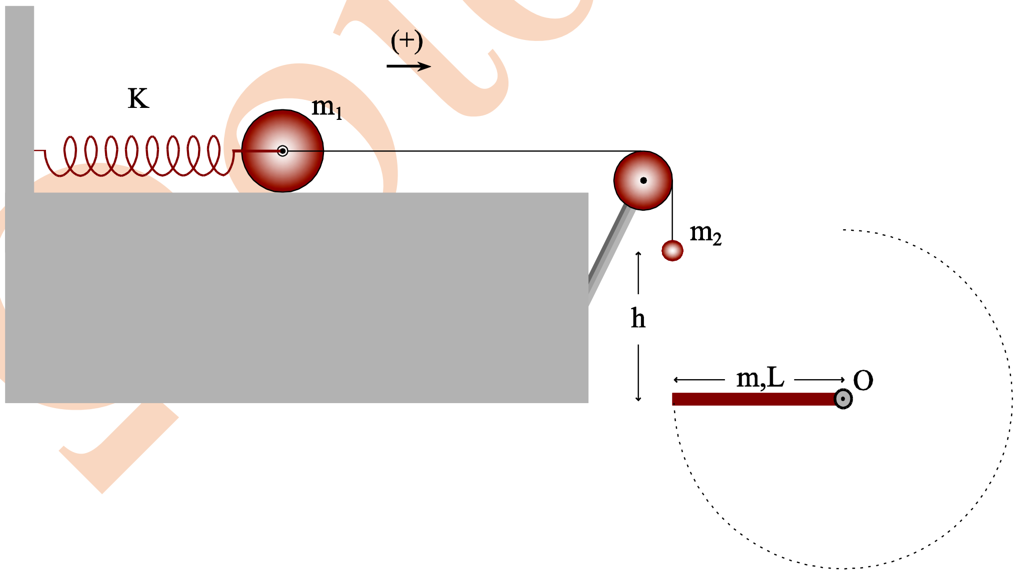
Μονάδες 6

Γ4. Τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του υλικού σημείου που βρίσκεται στη αρχή Ο γίνεται μέγιστη για πέμπτη φορά, να υπολογίσετε την απόστασή του, από το τελευταίο σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται σε απομάκρυνση y΄=–Α.

Μονάδες 6

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Στο παρακάτω σχήμα ο δίσκος έχει μάζα m_1=2Kg, ακτίνα R=0,2m και το κέντρο μάζας του έχει συνδεθεί ακλόνητα με το ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K=300N/m το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Ένα σώμα μάζας m_2=1,2Kg είναι στερεωμένο στο κέντρο του δίσκου μέσω αβαρούς νήματος και το σύστημα ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή t_o=0 κόβουμε το νήμα.



Δ1. Να δείξετε ότι το κέντρο μάζας του δίσκου θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση θεωρώντας γνωστό ότι κατά την κίνησή του ο δίσκος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

Μονάδες 7

Τη στιγμή που κόβουμε το νήμα, το σώμα μάζας m_2 βρίσκεται σε ύψος h από μια ράβδο που διατηρείται σε οριζόντια θέση και πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο της ράβδου. Το μήκος της ράβδου είναι L=1,6m και η μάζα της m=1,2Kg. Το σώμα μάζας m_2 συγκρούεται πλαστικά με τη ράβδο και ταυτόχρονα το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί καταφέρνοντας μόλις να εκτελέσει ανακύκλωση στο κατακόρυφο επίπεδο.

Δ2. Να υπολογίσετε την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_2 ακριβώς πριν την κρούση.

Μονάδες 6

Δ3. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας λόγω περιστροφής του δίσκου και να την σχεδιάσετε για χρόνο μιας περιόδου της ταλάντωσης.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου, τη χρονική στιγμή που το κέντρο μάζας του διέρχεται από τη θέση x_1=+0,02m για πρώτη φορά.

Μονάδες 5

Να θεωρήσετε θετική την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα.

Δίνονται η ροπή αδράνειας του δίσκου $I=\frac{1}{2}m_1R^2$, η ροπή αδράνειας ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm}=\frac{1}{12}mL^2$ και $g=10m/s^2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. δ

Α2. β

Α3. α

Α4. γ

Α5. Σ, Λ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η α.

Η ακραία θέση της ταλάντωσης και η θέση ισορροπίας δεν αλλάζουν. Άρα το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει το ίδιο. Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης γίνεται:

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{K}{m}} \\ \omega' &= \sqrt{\frac{K}{2m}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\omega}{\omega'} = \sqrt{2}$$

Και από το λόγο των μέγιστων κινητικών ενεργειών παίρνουμε:

$$\left.\begin{aligned} K_{max} &= \frac{1}{2} m\upsilon_{max}^2 \\ K'_{max} &= \frac{1}{2} 2m\upsilon'^2_{max} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{K_{max}}{K'_{max}} = \frac{\frac{1}{2} m\upsilon_{max}^2}{\frac{1}{2} 2m\upsilon'^2_{max}} = \frac{A^2\omega^2}{2A^2\omega'^2} = \frac{\omega^2}{2\omega'^2} = 1 \Rightarrow K_{max} = K'_{max}$$

Β2. Σωστή η β.

Η ταχύτητα υ_1 με την οποία βγαίνει το νερό από την οπή είναι:

$$\upsilon_1 = \sqrt{2gh}$$

Η ταχύτητα υ_2 με την οποία φτάνει το νερό στο πρισματικό δοχείο είναι:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}\Delta m\upsilon_1^2 + \Delta mg3h = \frac{1}{2}\Delta m\upsilon_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_1^2 + 6gh = \upsilon_2^2 \Rightarrow 2gh + 6gh = \upsilon_2^2 \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{8gh}$$

Από την παροχή υπολογίζουμε το ρυθμό με τον οποίο πέφτει η μάζα του νερού στο πρισματικό δοχείο.

$$\Pi=\frac{\Delta V}{\Delta t}\Rightarrow A\upsilon_1=\frac{\frac{\Delta m}{\rho}}{\Delta t}\Rightarrow A\upsilon_1=\frac{\Delta m}{\rho\Delta t}\Rightarrow\frac{\Delta m}{\Delta t}=\rho A\upsilon_1$$

Η δύναμη που ασκείται στο πρισματικό δοχείο εξαιτίας της πρόσκρουσης του νερού είναι:

$$\vec{F}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\Rightarrow\vec{F}=\frac{\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}-\vec{p}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}\Rightarrow|F|=\frac{\Delta m\cdot\upsilon_2}{\Delta t}\Rightarrow|F|=\rho A\upsilon_1\upsilon_2=\rho A\sqrt{16g^2h^2}=4\rho Agh$$

Η μάζα του πρισματικού δοχείου είναι:

$$m=\rho V=\rho 16A\frac{h}{8}=2\rho Ah$$

Και το βάρος του είναι:

$$w=mg=2\rho Ahg$$

Από την ισορροπία υπολογίζουμε τη συσπείρωση του ελατηρίου.

$$\Sigma F=0\Rightarrow w+F=F_{\varepsilon\lambda}\Rightarrow 2\rho Ahg+4\rho Agh=Kx\Rightarrow 6\rho Agh=Kx\Rightarrow x=\frac{6\rho Agh}{K}$$

Και η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι:

$$U_{\varepsilon\lambda}=\frac{1}{2}Kx^2=\frac{1}{2}K\frac{(6\rho Agh)^2}{K^2}=\frac{36\rho^2A^2g^2h^2}{2K}$$

Β3. Σωστή η γ.

Από το νόμο της στροφικής κίνησης παίρνουμε:

$$\Sigma\tau=I\alpha_{\gamma\omega\nu}\Rightarrow F\frac{R}{2}-T_{\sigma\tau}R=\frac{1}{2}mR^2\frac{\alpha}{R}\Rightarrow\frac{F}{2}-T_{\sigma\tau}=\frac{1}{2}m\alpha$$

Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα για τη μεταφορική κίνηση παίρνουμε:

$$\Sigma F=m\alpha\Rightarrow F+T_{\sigma\tau}=m\alpha$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\frac{\frac{F}{2}-T_{\sigma\tau}}{F+T_{\sigma\tau}}=\frac{\frac{1}{2}m\alpha}{m\alpha}\Rightarrow\frac{\frac{F}{2}-T_{\sigma\tau}}{F+T_{\sigma\tau}}=\frac{1}{2}\Rightarrow F-2T_{\sigma\tau}=F+T_{\sigma\tau}\Rightarrow T_{\sigma\tau}=0$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Υπολογίζουμε το πλάτος, την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος.

$$h_{max} = 2A \Rightarrow 0,2 = 2A \Rightarrow A = 0,1m$$

$$2f = 10 \Rightarrow f = 5Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = 0,2s$$

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow 2 = \lambda \cdot 5 \Rightarrow \lambda = 0,4m$$

Και η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,2} - \frac{x}{0,4}\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu 2\pi(5t - 2,5x)$$

Γ2. Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που φτάνει το κύμα στο σημείο Σ.

$$x_\Sigma = \upsilon t_1 \Rightarrow \frac{14}{15} = 2t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{7}{15}s$$

Η απομάκρυνση του υλικού σημείου που βρίσκεται στο Ο είναι:

$$y_O = 0,1\eta\mu\omega t_1 = 0,1\eta\mu 10\pi\frac{7}{15} = 0,1\eta\mu 10\pi\frac{7}{15} = 0,1\eta\mu\left(\frac{60\pi}{15} + \frac{10\pi}{15}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_O = 0,1\eta\mu\left(4\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = 0,1\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,05\sqrt{3}\,m$$

Και το πηλίκο της δυναμικής ενέργειας προς την ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου που βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα είναι:

$$\frac{U}{E} = \frac{\frac{1}{2}Dy_O^2}{\frac{1}{2}DA^2} = \frac{y_O^2}{A^2} = \frac{\left(0,05\sqrt{3}\right)^2}{0,1^2} = \frac{0,0075}{0,01} = 0,75 \rightarrow 75\%$$

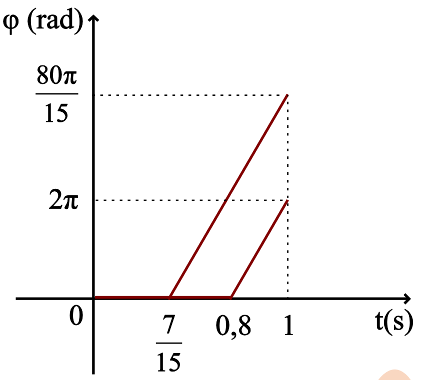
Γ3. Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που φτάνει το κύμα στο σημείο Μ.

$$x_M = \upsilon t_2 \Rightarrow 1,6 = 2t_2 \Rightarrow t_2 = 0,8s$$

Οι γραφικές παραστάσεις φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

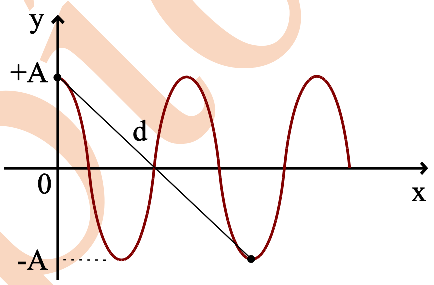
$$\varphi_\Sigma = 2\pi\left(5\cdot 1 - 2,5\frac{14}{15}\right) = 2\pi\left(5 - \frac{35}{15}\right) = \frac{80\pi}{15}\,\text{rad}$$

$$\varphi_M = 2\pi\left(5\cdot 1 - 2,5\cdot 1,6\right) = 2\pi\left(5-4\right) = 2\pi\,\text{rad}$$



Γ4. Τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του υλικού σημείου που βρίσκεται στη αρχή Ο γίνεται μέγιστη για πέμπτη φορά, το κύμα έχει διαδοθεί κατά $2\lambda + \frac{\lambda}{4}$.

Από το στιγμιότυπο του κύματος υπολογίζουμε την απόσταση των δυο σημείων.

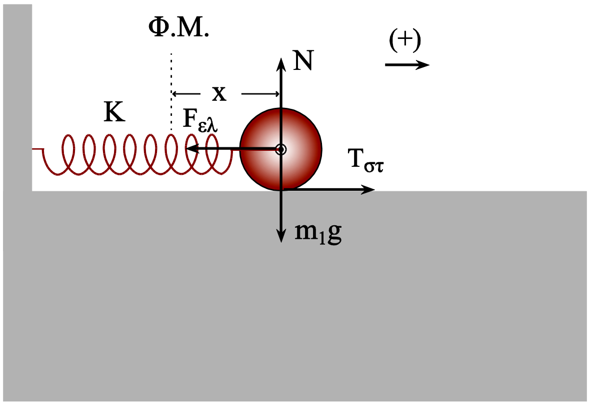


Από το πυθαγόρειο θεώρημα παίρνουμε:

$$d^2 = (2A)^2 + \left(\lambda + \frac{\lambda}{2}\right)^2 \Rightarrow d^2 = 0,2^2 + 0,6^2 \Rightarrow d = \sqrt{0,4}\,\text{m}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το δίσκο σε μια τυχαία θέση παίρνουμε:



$$\Sigma\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}m_1R^2\frac{\alpha}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}m_1\alpha \quad (1)$$

$$\Sigma F = m_1\alpha \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - T_{\sigma\tau} = m_1\alpha \quad (2)$$

Διαιρώντας την (1) και (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{T_{\sigma\tau}}{F_{\varepsilon\lambda} - T_{\sigma\tau}} = \frac{\frac{1}{2}m_1\alpha}{m_1\alpha} \Longrightarrow \frac{T_{\sigma\tau}}{F_{\varepsilon\lambda} - T_{\sigma\tau}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2T_{\sigma\tau} = F_{\varepsilon\lambda} - T_{\sigma\tau} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{3}$$

Και η συνισταμένη των δυνάμεων είναι:

$$\Sigma F = T_{\sigma\tau} - F_{\varepsilon\lambda} = \frac{F_{\varepsilon\lambda}}{3} - F_{\varepsilon\lambda} = -\frac{2}{3}F_{\varepsilon\lambda} = -\frac{2}{3}Kx$$

Άρα το κέντρο μάζας του δίσκου κάνει ταλάντωση σταθεράς:

$$D = \frac{2}{3}K = \frac{2}{3}300 = 200\,N/m$$

Δ2. Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για το σώμα μάζας m_2 παίρνουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2gh = \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 1,25} = 5m/s$$

Η ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I = I_\rho + I_\Sigma = \frac{1}{3}mL^2 + m_2L^2$$

Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος στις δυο θέσεις μετά την κρούση παίρνουμε:

$$K_{αρχ}+U_{αρχ}=K_{τελ}+U_{τελ}\Rightarrow\frac{1}{2}I\omega^2=mg\frac{L}{2}+m_2gL\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}mL^2+m_2L^2\right)\omega^2=mg\frac{L}{2}+m_2gL\xrightarrow{m=m_2}\left(\frac{1}{3}L+L\right)\omega^2=g+2g\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{4}{3}L\omega^2=3g\Rightarrow\frac{4}{3}1,6\omega^2=30\Rightarrow\omega^2=\frac{90}{6,4}\Rightarrow\omega=3,75\,rad/s$$

Από τη διατήρηση της στροφορμής στην κρούση παίρνουμε:

$$\vec{L}_{αρχ}=\vec{L}_{τελ}\Rightarrow m_2\upsilon L=I\omega\Rightarrow m_2\upsilon L=\left(\frac{1}{3}mL^2+m_2L^2\right)\omega\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\upsilon=\left(\frac{1}{3}L+L\right)\omega\Rightarrow\upsilon=\frac{4}{3}L\omega=\frac{4}{3}1,6\cdot3,75=8m/s$$

Και η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_2 είναι:

$$K_2=\frac{1}{2}m_2\upsilon^2=\frac{1}{2}1,2\cdot8^2=38,4J$$

Δ3. Υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης.

$$F_{ελ}=m_2g\Rightarrow KA=m_2g\Rightarrow300A=12\Rightarrow A=0,04m$$

Ο δίσκος ξεκινάει την ταλάντωσή του από τη θέση x=+A.

Η αρχική του φάση είναι π/2.

Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης

$$D=m_1\omega_T^2\Rightarrow200=2\omega_T^2\Rightarrow\omega_T=10\,rad/s$$

Η εξίσωση της ταχύτητας της ταλάντωσης είναι:

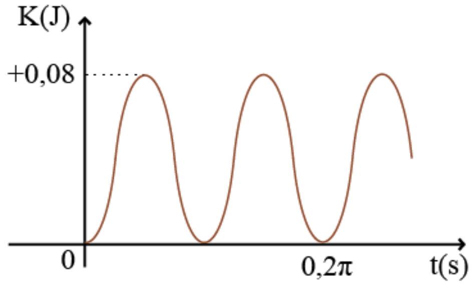
$$\upsilon_T=A\omega_T συν(\omega_T t+\varphi)\Rightarrow\upsilon_T=0,4συν\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)$$

Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής του δίσκου είναι:

$$K_\Pi=\frac{1}{2}I\omega_\delta^2\Rightarrow K_\Pi=\frac{1}{2}\frac{1}{2}m_1R^2\frac{\upsilon^2}{R^2}\Rightarrow K_\Pi=\frac{1}{4}m_1\upsilon^2\Rightarrow K_\Pi=\frac{1}{4}2\cdot0,4^2συν^2\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_\Pi=0,08συν^2\left(10t+\frac{\pi}{2}\right)$$

Και η γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δ4. Υπολογίζουμε την ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου τη στιγμή που διέρχεται από την παραπάνω θέση.

$$K+U=E \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2+\frac{1}{2}Dx_1^2=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow m_1\upsilon_1^2+Dx_1^2=DA^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\upsilon_1^2+200\cdot 0,02^2=200\cdot 0,04^2 \Rightarrow 2\upsilon_1^2+0,08=0,32 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\upsilon_1^2=0,24 \Rightarrow \upsilon_1=\sqrt{0,12}=0,2\sqrt{3}\,\mathrm{m/s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου είναι:

$$\frac{dK}{dt}=\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\Pi}+\left(\frac{dK}{dt}\right)_{M} \Rightarrow \frac{dK}{dt}=\Sigma\tau\cdot\omega+\Sigma F\cdot\upsilon \Rightarrow \frac{dK}{dt}=T_{\sigma\tau}\cdot R\frac{\upsilon_1}{R}+F_{\varepsilon\lambda}\upsilon_1-T_{\sigma\tau}\upsilon_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt}=F_{\varepsilon\lambda}\upsilon=Kx_1\upsilon_1=300\cdot 0,02\cdot 0,2\sqrt{3}=1,2\sqrt{3}\,\mathrm{J/s}$$