Ωρίωνας ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΦΥΣΙΚΗΣ	**ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

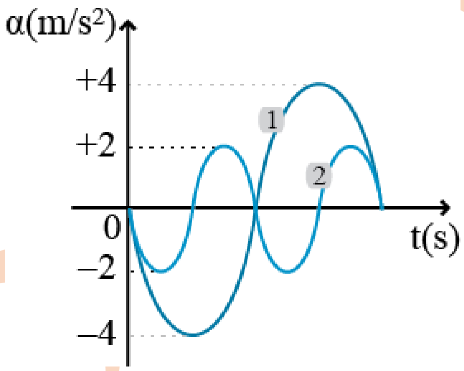
Ημερομηνία: Σάββατο 20 Μαρτίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Δυο σώματα ίσης μάζας εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις με ενέργειες E_1 και E_2 αντίστοιχα. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για κάθε σώμα.



Ο λόγος των ενεργειών είναι:

α. $\dfrac{E_1}{E_2}=1$

β. $\dfrac{E_1}{E_2}=4$

γ. $\dfrac{E_1}{E_2}=8$

δ. $\dfrac{E_1}{E_2}=16$

Μονάδες 5

Α2. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, η δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση είναι της μορφής $F'=-b\upsilon$ και το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_o e^{(-\ln 2)t}$. Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E_1=1J$, ενώ από τη χρονική στιγμή $t_o=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 το έργο της δύναμης αντίστασης είναι $W'=-9J$.

α. Η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_o=0$ είναι $E_o=8J$.

β. Η σταθερά της εκθετικής μείωσης είναι $\Lambda=-\ln 2/t_1$.

γ. Τη χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με το 1/10 αυτής που είχε τη χρονική στιγμή $t_o=0$.

δ. Ο ρυθμός με τον οποίο χάνει ενέργεια η ταλάντωση είναι σταθερός.

Μονάδες 5

Α3. Μια δύναμη F ασκείται κάθετα σε μια επιφάνεια εμβαδού A. Η δύναμη προκαλεί μια πίεση p. Αν μια διπλάσια δύναμη 2F ασκηθεί κάθετα σε επιφάνεια διπλάσιου εμβαδού 2A, τότε η πίεση που θα προκαλέσει είναι:

α. ίση με την πίεση p.

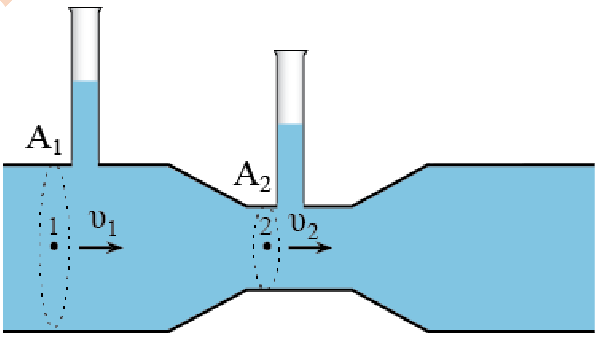
β. διπλάσια από την πίεση p.

γ. ίση με το μισό της πίεσης p.

δ. τριπλάσια από την πίεση p.

Μονάδες 5

Α4. Στο σωλήνα διπλής διατομής του παρακάτω σχήματος ρέει νερό. Οι κατακόρυφοι σωλήνες είναι ανοιχτοί από πάνω και επικοινωνούν με την ατμόσφαιρα όπου η πίεση είναι $p_{ατμ}$.



α. Για τις ταχύτητες του νερού ισχύει $\upsilon_1>\upsilon_2$.

β. Για τις παροχές στις δυο διατομές ισχύει $\Pi_1>\Pi_2$.

γ. Για τις πιέσεις στα δυο σημεία ισχύει $p_1>p_2$.

δ. Οι πιέσεις στα δυο σημεία είναι $p_1 = p_2 = p_{ατμ}$.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Για να εκτελεί ένα σώμα απλή αρμονική ταλάντωση πρέπει να ασκείται σ' αυτό συνισταμένη δύναμη της μορφής $ΣF=-Dx$ όπου D μια θετική σταθερά και x η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας.

β. Σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση, η απομάκρυνση και η επιτάχυνση έχουν την ίδια φάση.

γ. Η υδροστατική πίεση σε ένα σημείο ενός ιδανικού ρευστού που ισορροπεί, εξαρτάται από την πυκνότητα του ρευστού.

δ. Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου για μια μάζα Δm ενός ιδανικού ρευστού πυκνότητας ρ που κινείται με ταχύτητα υ δίνεται από τη σχέση $ρυ^2$.

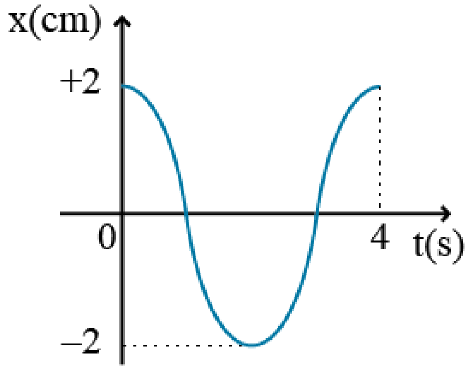
ε. Ο νόμος του Bernoulli εκφράζει την αρχή διατήρησης της ορμής στα ρευστά.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Η ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι ίση με το άθροισμα των ενεργειών των αρχικών ταλαντώσεων ($E=E_1+E_2$). Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η μεταβολή της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο για μια περίοδο.

Αν η χρονική εξίσωση που δίνει την απομάκρυνση της πρώτης ταλάντωσης είναι $x_1 = 1ημ\left(ωt+\frac{π}{6}\right)$ το x_1 σε cm το t σε s, η χρονική εξίσωση της δεύτερης είναι:



α. $x_2 = 1\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

β. $x_2 = \sqrt{3}\eta\mu\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$

γ. $x_2 = \sqrt{3}\eta\mu\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$

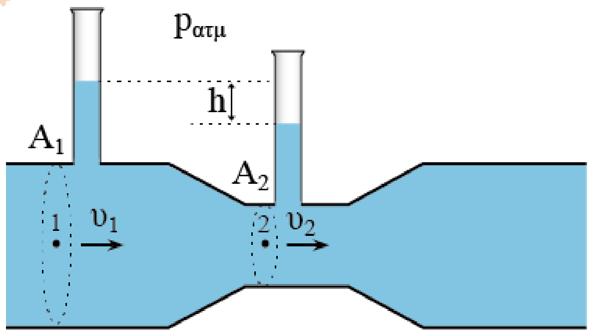
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Στο σωλήνα διπλής διατομής του παρακάτω σχήματος ρέει νερό. Οι κατακόρυφοι σωλήνες είναι ανοιχτοί από πάνω και επικοινωνούν με την ατμόσφαιρα όπου η πίεση είναι $p_{ατμ}$. Οι διατομές στα δυο τμήματα του σωλήνα συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση $A_1=3A_2$ και οι ταχύτητες στα δυο τμήματα είναι υ_1 και υ_2. Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας και h η διαφορά ύψους του νερού στους κατακόρυφους σωλήνες, το μέτρο της ταχύτητας υ_1 είναι:



α. $\upsilon_1 = \sqrt{gh}$

β. $\upsilon_1 = \dfrac{\sqrt{gh}}{3}$

γ. $\upsilon_1 = \dfrac{\sqrt{gh}}{2}$

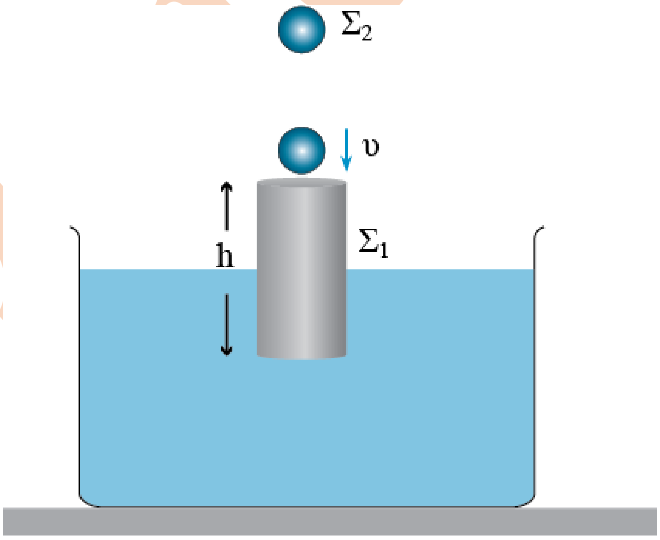
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β3. Ένας κύλινδρος Σ_1 ύψους h και μάζας m_K=3m είναι βυθισμένος κατά h/2 μέσα σε υγρό πυκνότητας ρ. Πάνω από τον κύλινδρο και στην ίδια κατακόρυφο με τον άξονά του βρίσκεται μια σφαίρα μάζας m_Σ=m. Αφήνουμε τη σφαίρα ελεύθερη να κινηθεί και αυτή φτάνει στον κύλινδρο με ταχύτητα μέτρου υ. Η κρούση των δυο σωμάτων που ακολουθεί είναι μετωπική και ελαστική. Μετά την κρούση ο κύλινδρος σταματάει για πρώτη φορά σε χρόνο t_K όταν η πάνω βάση του φτάσει στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, ενώ η σφαίρα σταματάει για πρώτη φορά σε χρόνο t_Σ και στη συνέχεια απομακρύνεται. Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας, ο λόγος $\dfrac{t_K}{t_\Sigma}$ είναι:



α. $\dfrac{t_K}{t_\Sigma} = \dfrac{\pi}{\upsilon}\sqrt{\dfrac{gh}{2}}$

β. $\dfrac{t_K}{t_\Sigma} = \dfrac{\pi}{2\upsilon}\sqrt{\dfrac{gh}{2}}$

γ. $\frac{t_K}{t_\Sigma}=\frac{3\pi}{\upsilon}\sqrt{\frac{gh}{2}}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

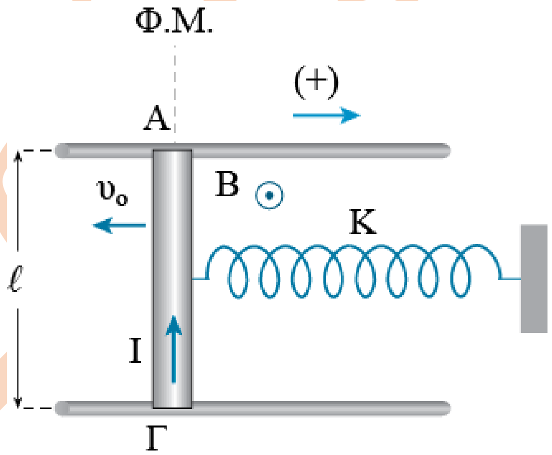
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα ο αγωγός ΑΓ μάζας m=1Kg και μήκους ℓ=0,5m ο οποίος μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στο οριζόντιο επίπεδο πάνω στα δυο σύρματα μεγάλου μήκους, είναι στερεωμένος από το κέντρο μάζας του σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς K=100N/m. Αρχικά το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και ο αγωγός ισορροπεί. Κάθετα στο επίπεδο των συρμάτων υπάρχει κατακόρυφο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης B=4T. Τη χρονική στιγμή t_o=0 τροφοδοτούμε τον αγωγό με ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης I=2A με κατεύθυνση αυτήν που φαίνεται στο σχήμα, ενώ ταυτόχρονα του δίνουμε αρχική ταχύτητα $\upsilon_o=0,4\sqrt{3}\,m/s$ με κατεύθυνση προς τα αριστερά. Ο αγωγός εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς K.



Γ1. Να υπολογίσετε το λόγο της κινητικής ενέργειας που έχει ο αγωγός τη χρονική στιγμή t_o=0, προς την κινητική ενέργεια που έχει όταν η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με τη δύναμη Laplace.

Μονάδες 5

Γ2. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της ορμής του αγωγού και να τη σχεδιάσετε για χρόνο μιας περιόδου.

Μονάδες 5+2

Γ3. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία η κινητική ενέργεια του αγωγού είναι τριπλάσια από τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του αγωγού για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t_o=0$.

Μονάδες 5

Τη χρονική στιγμή $t_2=0{,}4\pi s$ καταργούμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.

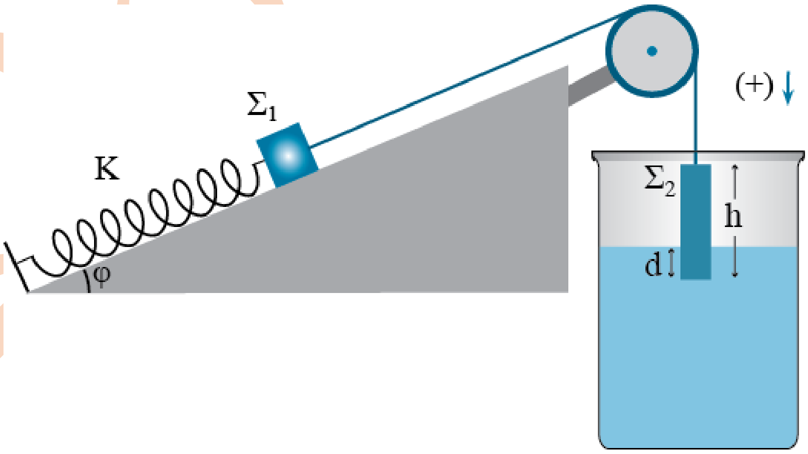
Γ4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_3 στην οποία ο αγωγός θα έχει διανύσει συνολικό διάστημα d=0,7m.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης και να πάρετε θετική την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα.

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα Σ_1 έχει μάζα m_1 και είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς K το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο και βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$. Με ένα αβαρές νήμα και μέσω μιας αβαρούς τροχαλίας το σώμα Σ_1 συνδέεται με ένα κύλινδρο Σ_2 μάζας $m_2=0{,}9Kg$ ύψους h=0,2m και διατομής $A=100cm^2$. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί με το ελατήριο να βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και ο κύλινδρος να είναι βυθισμένος κατά d=4cm, μέσα σε δοχείο που περιέχει νερό.



Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 του σώματος Σ_1.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ κόβουμε το νήμα.

Δ2. Αν το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ_1 γίνεται μέγιστο για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή t_1=0,1πs, μετά τη χρονική στιγμή t_o=0, να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου.

Μονάδες 5

Δ3. **i.** Να δείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

ii. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου για χρόνο μιας περιόδου της ταλάντωσης.

Μονάδες 2

Δ4. Να υπολογίσετε το λόγο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης προς τη δύναμη που ασκείται στην κάτω βάση του κυλίνδρου λόγω της πίεσης στο σημείο αυτό, όταν ο κύλινδρος βρίσκεται στη θέση x=+A, όπου A το πλάτος της ταλάντωσής του.

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε θετική την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα.
Δίνονται, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10 m/s^2$, η πυκνότητα του νερού $\rho=10^3$ Kg/m^3 και η ατμοσφαιρική πίεση $p_{ατμ}=10^5$ N/m^2.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. δ

Α2. γ

Α3. α

Α4. γ

Α5. Σ, Λ, Σ, Λ, Λ

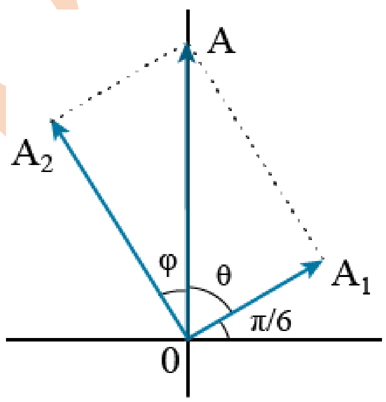
ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η γ.

Από τη σχέση των ενεργειών παίρνουμε:

$$E = E_1 + E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}DA_1^2 + \frac{1}{2}DA_2^2 \Rightarrow A^2 = A_1^2 + A_2^2 \Rightarrow A_2 = \sqrt{3}\,\text{cm}$$

Από την παραπάνω σχέση φαίνεται ότι η διαφορά φάσης μεταξύ των δυο ταλαντώσεων είναι π/2.



Από το σχήμα παίρνουμε:

$$\text{συν}\theta = \frac{A_1}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}\text{rad}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}\text{rad}$$

Επομένως η χρονική εξίσωση της δεύτερης ταλάντωσης είναι:

$$x_2 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi\right) = \sqrt{3}\eta\mu\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

B2. Σωστή η γ.

Υπολογίζουμε τη διαφορά πίεσης.

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_1 \\ p_2 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho g h_2 \end{array}\right\} \Rightarrow p_1 - p_2 = \rho g h_1 - \rho g h_2 \Rightarrow \Delta p = \rho g\left(h_1 - h_2\right) \Rightarrow \Delta p = \rho g h$$

Όπου h_1 και h_2 το ύψος της στήλης του νερού στους κατακόρυφους σωλήνες.
Από το νόμο της συνέχειας παίρνουμε:

$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow 3A_2\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_2 = 3\upsilon_1$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2}\rho\left(9\upsilon_1^2 - \upsilon_1^2\right) \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2}\rho 8\upsilon_1^2 \Rightarrow \rho g h = 4\rho\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\sqrt{gh}}{2}$$

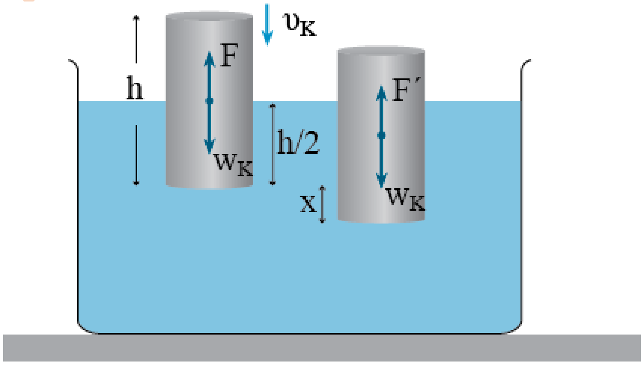
B3. Σωστή η α.

Οι ταχύτητες των δυο σωμάτων μετά την ελαστική κρούση είναι:

$$\upsilon_\Sigma = \frac{m - 3m}{m + 3m}\upsilon = \frac{-2m}{4m}\upsilon = -\frac{\upsilon}{2}$$

$$\upsilon_K = \frac{2m}{m + 3m}\upsilon = \frac{2m}{4m}\upsilon = \frac{\upsilon}{2}$$

Μετά την κρούση ο κύλινδρος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση. Υπολογίζουμε τη σταθερά της ταλάντωσης.



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_K = F \Rightarrow m_K g = pA \Rightarrow m_K g = \rho g \frac{h}{2} A$$

$$\Sigma F = m_K g - p'A = m_K g - \rho g\left(\frac{h}{2} + x\right)A = m_K g - \rho g \frac{h}{2} A - \rho g x A = -\rho g A x$$

$$D = \rho g A$$

Ο χρόνος κίνησης του κυλίνδρου είναι:

$$t_K = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_K}{D}}}{4} \xrightarrow{m_K = \rho\frac{h}{2}A} t_K = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\rho\frac{h}{2}A}{\rho g A}}}{4} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{h}{2g}}}{4} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{h}{2g}}$$

Ο χρόνος κίνησης της σφαίρας είναι:

$$\upsilon_\Sigma = \frac{\upsilon}{2} - g t_\Sigma \xrightarrow{\upsilon_\Sigma = 0} g t_\Sigma = \frac{\upsilon}{2} \Rightarrow t_\Sigma = \frac{\upsilon}{2g}$$

Και ο λόγος των χρόνων είναι:

$$\frac{t_K}{t_\Sigma} = \frac{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{h}{2g}}}{\frac{\upsilon}{2g}} = \frac{\pi g}{\upsilon}\sqrt{\frac{h}{2g}} = \frac{\pi}{\upsilon}\sqrt{\frac{gh}{2}}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Όταν η δύναμη του ελατηρίου είναι ίση με τη δύναμη Laplace, ο αγωγός βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης. Υπολογίζουμε τη μέγιστη ταχύτητα του αγωγού και στη συνέχεια το λόγο των κινητικών ενεργειών.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow BI\ell = Kx_1 \Rightarrow x_1 = 0,04\text{m}$$

$$K_T + U_T = E_T \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_o^2 + \frac{1}{2}Kx_1^2 = \frac{1}{2}KA^2 \Rightarrow A = 0,08\,\text{m}$$

$$K = m\omega^2 \Rightarrow \omega = 10\,\text{rad/s}$$

$$\upsilon_{max} = A\omega = 0,8\,\text{m/s}$$

$$\frac{K_o}{K_{max}} = \frac{\frac{1}{2}m\upsilon_o^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2} = \frac{3}{4}$$

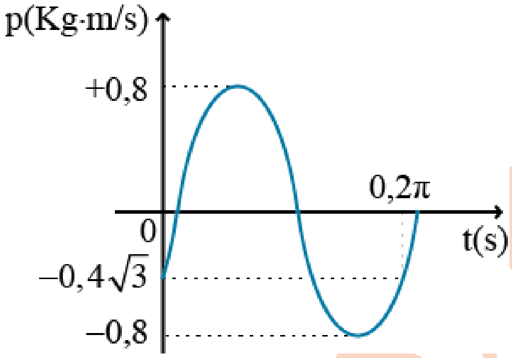
Γ2. Υπολογίζουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης και γράφουμε την εξίσωση της ορμής σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t=0} -0,04 = 0,08\eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right) \xrightarrow{\upsilon<0} \varphi = \frac{7\pi}{6}\,\text{rad}$$

$$p = m\upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi) = 0,8\sigma\upsilon\nu\left(10t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

Το διάγραμμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Γ3. Από τη διατήρηση της ενέργειας στην ταλάντωση παίρνουμε:

$$K_T + U_T = E_T \xrightarrow{K_T=3U_T} 4U_T = E_T \Rightarrow 4\frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 \xrightarrow{1\eta\,\varphi o\rho\acute{\alpha}} x_1 = -\frac{A}{2}$$

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \Rightarrow -\frac{A}{2} = A\eta\mu\left(10t + \frac{7\pi}{6}\right) \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{15}\,s$$

Γ4. Όταν καταργούμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, το πλάτος και η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης αλλάζουν. Η χρονική στιγμή t_2 είναι ίση με δυο περιόδους της ταλάντωσης.

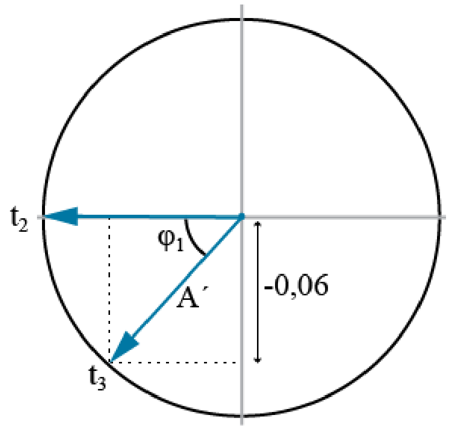
$$\upsilon'_{max} = \upsilon_o = 0,4\sqrt{3}\,m/s$$

$$\upsilon'_{max} = A'\omega \Rightarrow A' = 0,04\sqrt{3}\,m$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2\pi\,s$$

$$d = 8A + x \Rightarrow 0,7 = 0,64 + x \Rightarrow x = 0,06\,m$$

Βρίσκουμε το χρόνο στον οποίο ο αγωγός θα έχει διανύσει διάστημα x=0,06m και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή t_3.



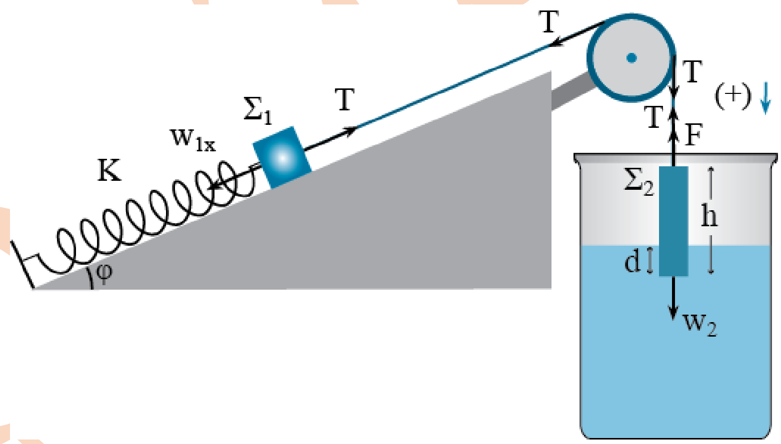
$$\eta\mu\varphi_1 = \frac{0,06}{0,04\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3}\text{rad}$$

$$\varphi_1 = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{3} = 10\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{30}\text{s}$$

$$t_3 = 0,4\pi + \frac{\pi}{30} = \frac{13\pi}{30}\text{s}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία του κυλίνδρου παίρνουμε:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F + T = w_2 \Rightarrow p_{\upsilon\delta\rho}A + T = m_2 g \Rightarrow \rho g d A + T = m_2 g \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^3 10 \cdot 0,04 \cdot 100 \cdot 10^{-4} + T = 0,9 \cdot 10 \Rightarrow T = 5\,\text{N}$$

Από την ισορροπία του σώματος Σ_1 παίρνουμε:

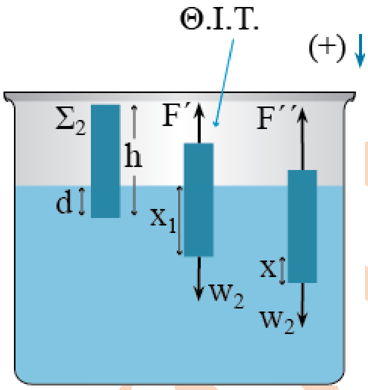
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow w_{1x} = T \Rightarrow m_1 g\eta\mu\varphi = T \Rightarrow m_1 10\frac{1}{2} = 5 \Rightarrow m_1 = 1\text{Kg}$$

Δ2. Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος Σ_1 γίνεται μέγιστος για πρώτη φορά μετά από χρόνο T/2. Υπολογίζουμε την περίοδο της ταλάντωσης και στη συνέχεια τη σταθερά του ελατηρίου.

$$t_1 = \frac{T}{2} \Rightarrow 0{,}1\pi = \frac{T}{2} \Rightarrow T = 0{,}2\pi\,s$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{K}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{m_1}{K} \Rightarrow 0{,}4 = 40\frac{1}{K} \Rightarrow K = 100\,N/m$$

Δ3. i. Στη θέση ισορροπίας του κυλίνδρου και στην τυχαία θέση παίρνουμε:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F' = w_2 \Rightarrow \rho g x_1 A = m_2 g$$

$$\Sigma F = w_2 - F'' = m_2 g - \rho g(x_1 + x)A = m_2 g - \rho g x_1 A - \rho g x A = -\rho g A x$$

Άρα ο κύλινδρος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθεράς:

$$D = \rho g A = 10^3 10 \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 100\,N/m$$

Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα και το πλάτος της ταλάντωσης.

$$D = m_2\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{D}{m_2}} = \sqrt{\frac{100}{0{,}9}} = \sqrt{\frac{1000}{9}} = \frac{10\sqrt{10}}{3}\,rad/s$$

$$\rho g x_1 A = m_2 g \Rightarrow x_1 = \frac{m_2 g}{\rho g A} = \frac{0{,}9 \cdot 10}{10^3 10 \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 0{,}09\,m$$

$$A_T = x_1 - d = 0{,}09 - 0{,}04 = 0{,}05\,m$$

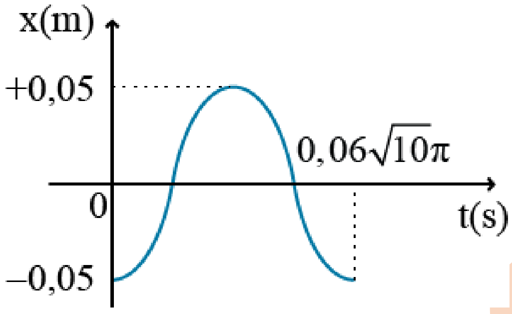
Υπολογίζουμε την αρχική φάση και γράφουμε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης.

$$x = A_T \eta\mu(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t=0} -A_T = A_T \eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = -1 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2}\,rad$$

$$x = A_T \eta\mu(\omega t + \varphi) = 0{,}05\,\eta\mu\left(\frac{10\sqrt{10}}{3}t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

ii. Το διάγραμμα της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{10\sqrt{10}}{3}} = \frac{6\pi}{10\sqrt{10}} = 0,06\sqrt{10}\pi\,\text{s}$$



Δ4. Η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης είναι:

$$F_{\varepsilon\pi} = -DA_T = -100 \cdot 0,05 = -5\,\text{N}$$

Η δύναμη που οφείλεται στην πίεση στο παραπάνω σημείο είναι:

$$F_p = -pA = -\left[p_{\alpha\tau\mu} + \rho g\left(2A_T + d\right)\right]A = -\left(10^5 + 10^3 10 \cdot 0,14\right)100 \cdot 10^{-4} = -1014\,\text{N}$$

Και ο λόγος των δυνάμεων είναι:

$$\frac{F_{\varepsilon\pi}}{F_p} = \frac{5}{1014}$$