ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

Ημερομηνία: Τετάρτη 26 Οκτωβρίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2. Η ταχύτητα του πρώτου σώματος ακριβώς πριν την κρούση είναι $\vec{\upsilon}_1$, ενώ η ταχύτητα του συσσωματώματος που δημιουργείται αμέσως μετά την κρούση είναι $\vec{\upsilon}_\kappa$.

α. Για τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_κ ισχύει $\upsilon_\kappa < \upsilon_1$.

β. Για τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_κ ισχύει $\upsilon_\kappa = \upsilon_1$.

γ. Για τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_κ ισχύει $\upsilon_\kappa > \upsilon_1$.

δ. Η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή κατά την κρούση.

Μονάδες 5

Α2. Δυο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 κινούνται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Οι ταχύτητες $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ των δυο σωμάτων βρίσκονται πάνω στην ίδια διεύθυνση και έχουν αντίθετη φορά. Τα δυο σώματα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά.

α. Κατά την κρούση, παράγεται θερμότητα η οποία είναι ίση με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων.

β. Κατά την κρούση, η μεταβολή της ορμής του πρώτου σώματος έχει ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση με τη μεταβολή της ορμής του δεύτερου σώματος.

γ. Κατά την κρούση, η μεταβολή της ορμής κάθε σώματος είναι ίση με μηδέν.

δ. Κατά την κρούση, για κάθε σώμα ξεχωριστά ισχύει πάντα η διατήρηση της κινητικής ενέργειας.

Μονάδες 5

Α3. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης τότε:

α. η ενέργεια της ταλάντωσης παραμένει σταθερή.

β. η ενέργεια της ταλάντωσης διπλασιάζεται.

γ. η ενέργεια της ταλάντωσης τετραπλασιάζεται.

δ. η ενέργεια της ταλάντωσης οκταπλασιάζεται.

Μονάδες 5

Α4. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = +\frac{A}{2}$. Τη χρονική στιγμή t_1:

α. ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος είναι ίσος με το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

β. η κινητική ενέργεια του σώματος και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίσες.

γ. ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι μέγιστος.

δ. η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος είναι μέγιστος στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης.

β. Σε μια ανελαστική κρούση δυο σωμάτων, η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων μετά την κρούση, είναι μικρότερη από την κινητική τους ενέργεια πριν την κρούση.

γ. Ένα σώμα μάζας m είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα σε μήκος Α στην κατεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου Τ. Αν απομακρύναμε το σώμα κατά 2Α από τη θέση ισορροπίας του τότε αυτό θα έκανε απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου 2Τ.

δ. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ξεκινώντας τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ από τη θέση ισορροπίας του. Σε χρόνο μιας περιόδου η μεταβολή της ορμής του σώματος είναι μηδέν.

ε. Σε κάθε κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας για το σύστημα των σωμάτων που συγκρούονται.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α. Η κινητική ενέργεια του σώματος και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίσες στις θέσεις:

α. $x = \pm \frac{A}{2}$

β. $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}A$

γ. $x = \pm \frac{A}{4}$

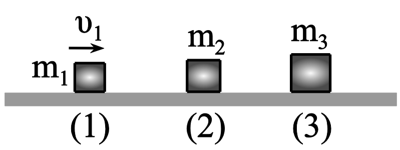
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Ένα σώμα μάζας $m_1 = 2m$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ όπως φαίνεται στο σχήμα (1). Το σώμα συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με δεύτερο ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3m$. Στη συνέχεια το δεύτερο σώμα συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με τρίτο ακίνητο σώμα μάζας m_3. Το σώμα (1) μετά την κρούση του με το σώμα (2) έχει ταχύτητα ίσου μέτρου με αυτήν του συσσωματώματος των σωμάτων (2) και (3).
Το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος (1) που γίνεται θερμότητα κατά τις κρούσεις είναι:



Σχήμα (1)

α. 72%
β. 80%
γ. 87%

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Β3. Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 ίσης μάζας είναι στερεωμένα στα άκρα δυο κατακόρυφων ιδανικών ελατηρίων, τα άλλα άκρα των οποίων είναι στερεωμένα στο δάπεδο. Τα σώματα ισορροπούν με τα δυο ελατήρια συσπειρωμένα κατά $\Delta\ell_1$ και $\Delta\ell_2$ αντίστοιχα. Εκτρέπουμε κατακόρυφα προς τα κάτω τα δυο σώματα κατά d και στη συνέχεια τα αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν. Τα δυο σώματα εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Όταν το σώμα Σ_1 διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά, το σώμα Σ_2 φτάνει για πρώτη φορά στην ακραία θέση της ταλάντωσής του. Για τις αρχικές συσπειρώσεις των δυο ελατηρίων ισχύει η σχέση:

α. $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2$

β. $\Delta\ell_1 = 2\Delta\ell_2$

γ. $\Delta\ell_1 = 4\Delta\ell_2$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

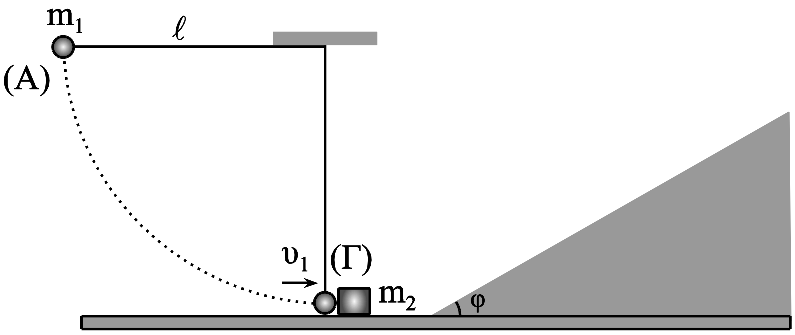
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Σώμα μάζας $m_1 = 1Kg$ είναι στερεωμένο στην άκρη νήματος μήκους $\ell = 0{,}8m$ η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε σταθερό σημείο. Φέρνουμε το σώμα στη θέση (Α) με το νήμα οριζόντιο και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο από την παραπάνω θέση. Το σώμα φτάνει στην κατώτερη θέση της τροχιάς του έχοντας ταχύτητα υ_1 με την οποία συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = 3Kg$ το οποίο ήταν αρχικά ακίνητο. Μετά την κρούση το δεύτερο σώμα κινείται αρχικά στο λείο οριζόντιο επίπεδο και στη συνέχεια στο κεκλιμένο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Η κλίση του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\varphi = 30^o$.



Σχήμα (2)

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα υ_1.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο θα φτάσει το σώμα μάζας m_1 μετά την ελαστική κρούση του με το σώμα μάζας m_2.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το μήκος που θα διανύσει το δεύτερο σώμα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_2 τη χρονική στιγμή που το 37,5% της αρχικής του κινητικής ενέργειας έχει γίνει θερμότητα λόγω της τριβής.

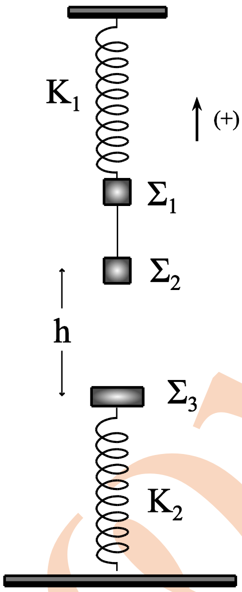
Μονάδες 8

Να θεωρήσετε:
- τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες.
- ότι τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ Δ

Στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K_1 = 80N/m$ είναι στερεωμένο ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 0,4Kg$. Με το σώμα Σ_1 μέσω ενός αβαρούς νήματος είναι συνδεμένο ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 0,4Kg$. Κάτω από το σύστημα των δυο σωμάτων και στην ίδια κατακόρυφο βρίσκεται ένα άλλο κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K_2 με το κάτω άκρο του στερεωμένο στο δάπεδο. Στο πάνω άκρο του είναι στερεωμένο ένα σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 0,4Kg$. Αρχικά τα τρία σώματα ισορροπούν με το Σ_2 να απέχει από το Σ_3 απόσταση $h = 0,8m$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ κόβουμε το νήμα ενώ ταυτόχρονα δίνουμε στο σώμα Σ_3 ταχύτητα υ_o κατακόρυφη προς τα πάνω έτσι ώστε αυτό να εκτελεί ταλάντωση με χρονική εξίσωση απομάκρυνσης $x = \frac{0,8}{\pi}\eta\mu 5\pi t$ (S.I).



Δ1. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 αφού κόψουμε το νήμα.

Μονάδες 4

Δ2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης για την ταλάντωση του σώματος Σ_1 αφού κόψουμε το νήμα και να τη σχεδιάσετε για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

Μονάδες 5

Το σώμα Σ_2 κινούμενο προς τα κάτω συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_3.

Δ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 που γίνεται θερμότητα κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

Δ4. Μετά την πλαστική κρούση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ4.1. Να γράψετε τη σχέση που δίνει τη δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο θεωρώντας χρονική στιγμή $t'_o = 0$ τη στιγμή της κρούσης.

Μονάδες 6

Δ4.2. Να σχεδιάσετε τη δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για χρόνο μιας περιόδου, θεωρώντας χρονική στιγμή $t'_o = 0$ τη στιγμή της κρούσης.

Μονάδες 4

Να θεωρήσετε:

- τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες.
- ότι τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.
- τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες.
- π^2=10.
- θετική την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. α

Α2. β

Α3. γ

Α4. δ

Α5. Λ, Σ, Λ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η β.

Από τη διατήρηση της ενέργειας στον ταλαντωτή παίρνουμε:

$$K+U=E \xrightarrow{K=U} 2U=E \Rightarrow 2\frac{1}{2}Dx^2=\frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow 2x^2=A^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2=\frac{A^2}{2} \Rightarrow x=\pm\frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

Β2. Σωστή η α.

Η ταχύτητα του πρώτου σώματος μετά την ελαστική κρούση είναι:

$$\upsilon_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1=\frac{2m-3m}{2m+3m}\upsilon_1=-\frac{m}{5m}\upsilon_1=-\frac{\upsilon_1}{5}$$

Η ταχύτητα του δεύτερου σώματος μετά την ελαστική κρούση είναι:

$$\upsilon_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}\upsilon_1=\frac{2\cdot 2m}{2m+3m}\upsilon_1=\frac{4m}{5m}\upsilon_1=\frac{4}{5}\upsilon_1$$

Η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση του δεύτερου και του τρίτου σώματος έχει ίδιο μέτρο με την υ_1'. Άρα:

$$\upsilon_\kappa=|\upsilon_1'|=\frac{\upsilon_1}{5}$$

Από τη διατήρηση της ορμής στην πλαστική κρούση παίρνουμε:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_2 υ_2' = (m_2 + m_3) υ_κ \Rightarrow 3m \frac{4}{5} υ_1 = (3m + m_3) \frac{υ_1}{5} \Rightarrow 12m = 3m + m_3 \Rightarrow m_3 = 9m$$

Και το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος (1) που γίνεται θερμότητα κατά τις κρούσεις είναι:

$$Π = \frac{K_{τελ} - K_{αρχ}}{K_{αρχ}} = \frac{\frac{1}{2} m_1 υ_1'^2 + \frac{1}{2}(m_2 + m_3) υ_κ^2 - \frac{1}{2} m_1 υ_1^2}{\frac{1}{2} m_1 υ_1^2} = \frac{2mυ_1'^2 + (3m + 9m) υ_κ^2 - 2mυ_1^2}{2mυ_1^2} \Rightarrow$$

$$Π = \frac{2mυ_1'^2 + 12mυ_κ^2 - 2mυ_1^2}{2mυ_1^2} = \frac{υ_1'^2 + 6υ_κ^2 - υ_1^2}{υ_1^2} = \frac{\frac{υ_1^2}{25} + 6\frac{υ_1^2}{25} - υ_1^2}{υ_1^2} \Rightarrow$$

$$Π = \frac{1}{25} + \frac{6}{25} - 1 = \frac{7}{25} - \frac{25}{25} = -\frac{18}{25} = -0,72 \rightarrow -72\%$$

Β3. Σωστή η γ.

Από τα δεδομένα παίρνουμε:

$$\frac{T_1}{4} = \frac{T_2}{2} \Rightarrow T_1 = \frac{4T_2}{2} \Rightarrow T_1 = 2T_2 \Rightarrow 2π\sqrt{\frac{m}{K_1}} = 2 \cdot 2π\sqrt{\frac{m}{K_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m}{K_1} = 4\frac{m}{K_2} \Rightarrow \frac{1}{K_1} = \frac{4}{K_2} \Rightarrow K_2 = 4K_1$$

Από την ισορροπία κάθε σώματος παίρνουμε:

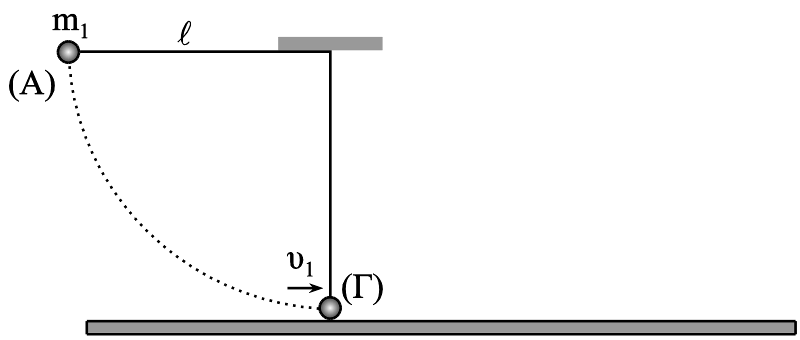
$$\left.\begin{array}{l} ΣF_1 = 0 \Rightarrow F_{ελ,1} = mg \Rightarrow K_1 Δ\ell_1 = mg \\ ΣF_2 = 0 \Rightarrow F_{ελ,2} = mg \Rightarrow K_2 Δ\ell_2 = mg \end{array}\right\} \Rightarrow K_1 Δ\ell_1 = K_2 Δ\ell_2 \Rightarrow K_1 Δ\ell_1 = 4K_1 Δ\ell_2 \Rightarrow Δ\ell_1 = 4Δ\ell_2$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας παίρνουμε:

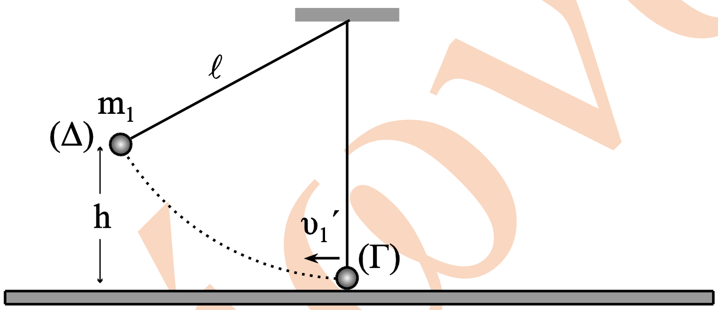
$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{K_{αρχ}=0,\, U_{τελ}=0} m_1 g\ell = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 \Rightarrow g\ell = \frac{1}{2} υ_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow υ_1 = \sqrt{2g\ell} \Rightarrow υ_1 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,8} \Rightarrow υ_1 = \sqrt{16} \Rightarrow υ_1 = 4\,m/s$$



Γ2. Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_1 αμέσως μετά την κρούση είναι:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{1-3}{1+3}4 = \frac{-2}{4}4 = -2\,m/s$$



Από τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας παίρνουμε:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{U_{αρχ}=0,\,K_{τελ}=0} \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = m_1 gh \Rightarrow \frac{1}{2}\upsilon_1'^2 = gh \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{\upsilon_1'^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{2^2}{2\cdot 10} = 0,2\,m$$

Γ3. Η ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 μετά την κρούση είναι:

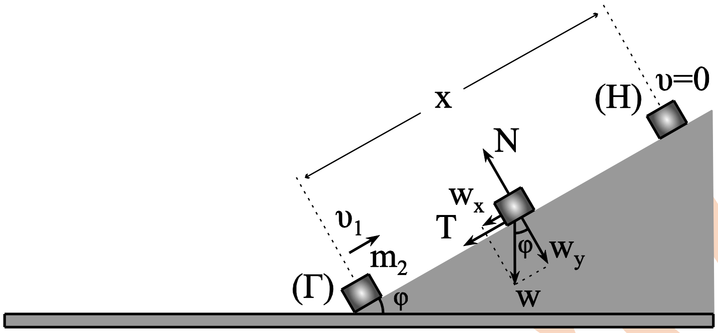
$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = \frac{2\cdot 1}{1+3}4 = 2\,m/s$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του σώματος μάζας m_2.

$$\Sigma W=\Delta K \Rightarrow W_{w_x}+W_T=K_{τελ}-K_{αρχ} \xrightarrow{K_{τελ}=0} -w_x\cdot x-T\cdot x=-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -m_2g\cdot ημφ\cdot x-\mu m_2g\cdot συνφ\cdot x=-\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow g\cdot ημφ\cdot x+\mu g\cdot συνφ\cdot x=\frac{1}{2}\upsilon_2'^2 \Rightarrow$$

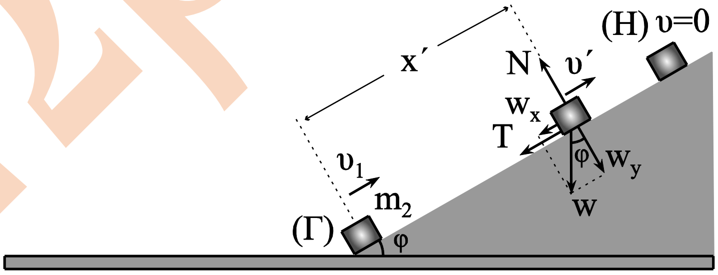
$$\Rightarrow 10\frac{1}{2}x+\frac{\sqrt{3}}{3}10\frac{\sqrt{3}}{2}x=\frac{1}{2}2^2 \Rightarrow 5x+5x=2 \Rightarrow 10x=2 \Rightarrow x=0,2\,m$$



Γ4. Από το ποσοστό της ενέργειας που γίνεται έργο τριβής υπολογίζουμε το διάστημα κίνησης του σώματος μάζας m_2.

$$|W_T|=\frac{37,5}{100}\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow Tx'=\frac{37,5}{100}\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow \mu m_2gσυνφ\cdot x'=\frac{37,5}{100}\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu gσυνφ\cdot x'=\frac{37,5}{100}\frac{1}{2}\upsilon_2'^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}10\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot x'=\frac{37,5}{100}\frac{1}{2}2^2 \Rightarrow 5\cdot x'=0,75 \Rightarrow x'=0,15\,m$$



Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. και υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος μάζας m_2 στο παραπάνω σημείο.

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_{w_x} + W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow -w_x \cdot x' - T \cdot x' = \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -m_2 g \cdot \eta\mu\varphi \cdot x' - \mu m_2 g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot x' = \frac{1}{2}m_2\upsilon'^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -g \cdot \eta\mu\varphi \cdot x' - \mu g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot x' = \frac{1}{2}\upsilon'^2 - \frac{1}{2}\upsilon_2'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -10\frac{1}{2}0{,}15 - \frac{\sqrt{3}}{3}10\frac{\sqrt{3}}{2}0{,}15 = \frac{1}{2}\upsilon'^2 - \frac{1}{2}2^2 \Rightarrow -0{,}75 - 0{,}75 = \frac{1}{2}\upsilon'^2 - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1{,}5 + 2 = \frac{1}{2}\upsilon'^2 \Rightarrow \upsilon'^2 = 1 \Rightarrow \upsilon' = 1\,m/s$$

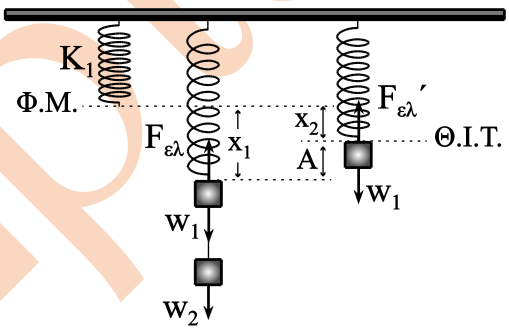
Και ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\frac{\Delta K}{\Delta t} = P_{\Sigma F} = \Sigma F \cdot \upsilon' = -(w_x + T) \cdot \upsilon' = -(m_2 g\eta\mu\varphi + \mu m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi) \cdot \upsilon' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta t} = -\left(3 \cdot 10\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}3 \cdot 10\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 1 = -(15+15) = -30\,J/s$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από την ισορροπία πριν και μετά το κόψιμο του νήματος παίρνουμε:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_{o\lambda} \Rightarrow K_1 x_1 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow x_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{K_1} \Rightarrow x_1 = \frac{0{,}8 \cdot 10}{80} = \frac{8}{80} = 0{,}1\,m$$

$$\Sigma F' = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = w_1 \Rightarrow K_1 x_2 = m_1 g \Rightarrow x_2 = \frac{m_1 g}{K_1} \Rightarrow x_2 = \frac{0{,}4 \cdot 10}{80} = \frac{4}{80} = 0{,}05\,m$$

Και το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$A = x_1 - x_2 = 0{,}1 - 0{,}05 = 0{,}05\,m$$

Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$E_1 = \frac{1}{2}K_1A^2 = \frac{1}{2}80 \cdot 0,05^2 = 0,1J$$

Δ2. Το σώμα Σ$_1$ ξεκινάει την ταλάντωσή του από τη θέση $x = -A$. Επομένως η αρχική του φάση είναι:

$$x = A\etaμ(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t_o=0} -A = A\etaμ\varphi \Rightarrow \etaμ\varphi = -1 \Rightarrow \etaμ\varphi = \etaμ\left(-\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \varphi = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\kappa=1} \\ \varphi = 2\kappa\pi + \pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\kappa=0} \end{array} \right. \rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης είναι:

$$K_1 = m_1\omega_1^2 \Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{K_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{80}{0,4}} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}\,rad/s$$

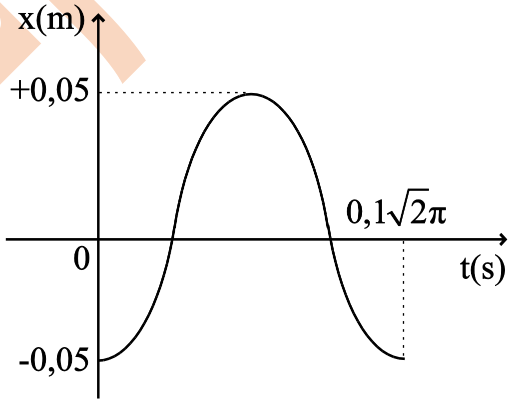
Και η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι:

$$x = A\etaμ(\omega_1 t + \varphi) \Rightarrow x = 0,05\etaμ\left(10\sqrt{2}t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\sqrt{2}} = \frac{2\pi\sqrt{2}}{10 \cdot 2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{10} = 0,1\sqrt{2}\pi\, s$$

Και το χρονικό διάγραμμα της απομάκρυνσης είναι:



Δ3. Ο χρόνος στον οποίο το σώμα Σ$_2$ διανύει την απόσταση h είναι:

$$h=\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow 0{,}8=\frac{1}{2}10t_1^2 \Rightarrow t_1^2=0{,}16 \Rightarrow t_1=0{,}4s$$

Η περίοδος ταλάντωσης του σώματος Σ_3 είναι:

$$\omega_3=\frac{2\pi}{T_3} \Rightarrow T_3=\frac{2\pi}{\omega_3}=\frac{2\pi}{5\pi}=0{,}4s$$

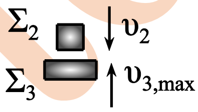
Επομένως στο χρόνο που το σώμα Σ_2 διανύει την απόσταση h, το σώμα Σ_3 κάνει μια ταλάντωση. Άρα τα δύο σώματα συγκρούονται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος Σ_3.

Τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο σωμάτων πριν την κρούση είναι:

$$\upsilon_{3,max}=A_3\omega_3=\frac{0{,}8}{\pi}5\pi=4\,m/s$$

$$\upsilon_2=gt_1=10\cdot 0{,}4=4\,m/s$$

Με τη διατήρηση της ορμής υπολογίζουμε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος των Σ_2 και Σ_3 μετά την πλαστική κρούση.



$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi}=\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_3\upsilon_{3,max}-m_2\upsilon_2=(m_2+m_3)\upsilon_\kappa \Rightarrow 0{,}4\cdot 4-0{,}4\cdot 4=0{,}8\cdot\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa=0$$

Και το ποσοστό που γίνεται θερμότητα κατά την κρούση είναι:

$$\Pi=\frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}}=\frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} \xrightarrow{K_{\tau\varepsilon\lambda}=0} \Pi=\frac{-K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}}=-1 \Rightarrow \Pi=-100\%$$

Δ3. Η ταλάντωση του συσσωματώματος ξεκινάει από την ακραία θέση $(\upsilon_\kappa=0)$.

Η σταθερά του ελατηρίου είναι:

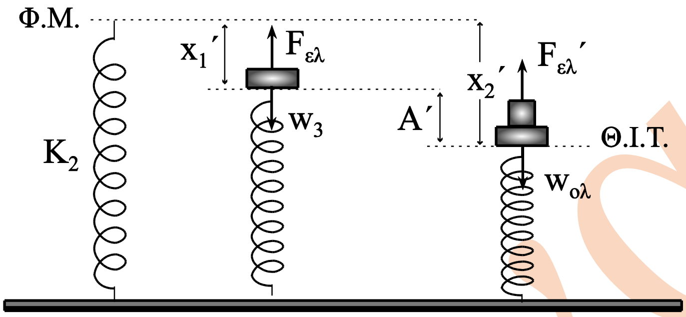
$$K_2=m_3\omega_3^2=0{,}4(5\pi)^2=0{,}4\cdot 250=100\,N/m$$

Υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = w_3 \Rightarrow K_2 x_1' = m_3 g \Rightarrow x_1' = \frac{m_3 g}{K_2} = \frac{0,4 \cdot 10}{100} = 0,04\,m$$

$$\Sigma F' = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = w_{o\lambda} \Rightarrow K_2 x_2' = (m_2 + m_3) g \Rightarrow x_2' = \frac{(m_2 + m_3) g}{K_2} = \frac{0,8 \cdot 10}{100} = 0,08\,m$$

$$A' = x_2' - x_1' = 0,08 - 0,04 = 0,04\,m$$



Η γωνιακή συχνότητα και η περίοδος της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι:

$$K_2 = (m_2 + m_3)\omega'^2 \Rightarrow \omega' = \sqrt{\frac{K_2}{(m_2 + m_3)}} = \sqrt{\frac{100}{0,8}} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}\,rad/s$$

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'} \Rightarrow T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{5\sqrt{5}} = \frac{2\pi\sqrt{5}}{25}\,s$$

Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι:

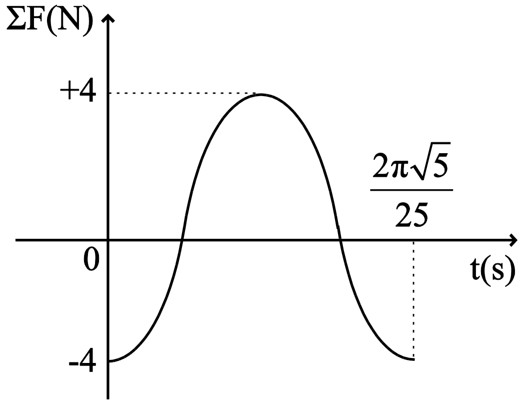
$$x' = A'\eta\mu(\omega' t + \varphi) \xrightarrow{t_o = 0} A' = A'\eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = 1 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \varphi = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ \varphi = 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{\pi}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{\kappa = 0} \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Η χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς είναι:

$$\Sigma F = -K_2 x' = -K_2 A'\eta\mu(\omega' t + \varphi) = -100 \cdot 0,04\eta\mu\left(5\sqrt{5}t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \Sigma F = -4\eta\mu\left(5\sqrt{5}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Και το χρονικό διάγραμμα της δύναμης επαναφοράς για χρόνο μιας περιόδου είναι:


ΣF(N)
+4
$\frac{2\pi\sqrt{5}}{25}$
0
t(s)
-4