

**ΤΑΞΗ:** Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
**ΜΑΘΗΜΑ:** ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**Ημερομηνία:** Παρασκευή 27 Οκτωβρίου 2017

**Διάρκεια Εξέτασης:** 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις Α1 – Α4 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

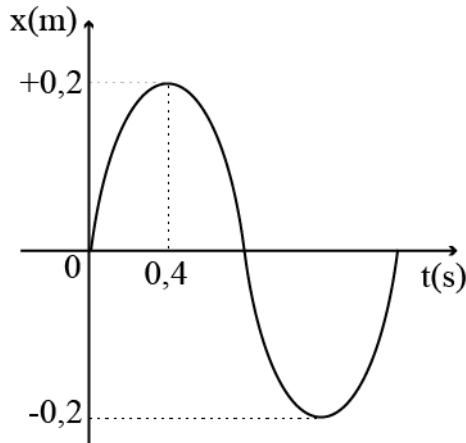
- A1.** Στην κεντρική και ελαστική κρούση δυο σωμάτων
- α.** η κινητική ενέργεια κάθε σώματος παραμένει πάντοτε σταθερή.
  - β.** η ορμή κάθε σώματος παραμένει πάντοτε σταθερή.
  - γ.** η κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή.
  - δ.** η ορμή του συστήματος ελαττώνεται.

**Μονάδες 5**

- A2.** Ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από ύψος  $h$  πάνω από το οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα αφού συγκρουστεί με το οριζόντιο επίπεδο επιστρέφει προς τα πίσω και σταματάει στιγμιαία για πρώτη φορά σε ύψος  $h/2$  από το οριζόντιο επίπεδο.
- α.** Το σώμα κατά την κρούση του με το οριζόντιο επίπεδο χάνει τη μισή από την κινητική του ενέργεια που είχε ακριβώς πριν την κρούση.
  - β.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μετά την κρούση του με το οριζόντιο επίπεδο, είναι ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας που είχε πριν την κρούση.
  - γ.** Η κρούση του σώματος με το οριζόντιο επίπεδο είναι ελαστική.
  - δ.** Για το σώμα  $\Sigma_1$  ισχύει η διατήρηση της ορμής κατά την κρούση του με το οριζόντιο επίπεδο.

**Μονάδες 5**

- A3.** Μικρό σώμα μάζας  $m$  είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $K$  και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η μεταβολή της απομάκρυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- α. Σε χρόνο 4s το σώμα εκτελεί 10 ταλαντώσεις.
- β. Η αρχική φάση της ταλάντωσης του σώματος είναι  $\pi/2$ .
- γ. Όταν το σώμα κάνει μια ταλάντωση διανύει συνολικό διάστημα 0,8m.
- δ. Η συχνότητα της ταλάντωσης του σώματος είναι 4Hz.

**Μονάδες 5**

**A4.** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο αρμονικές ταλαντώσεις ίσων συχνοτήτων στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η διαφορά φάσης ( $\Delta\phi \neq 0$ ) της συνισταμένης ταλάντωσης με κάθε μια από τις αρχικές είναι ίδια κατά απόλυτη τιμή. Για τα πλάτη  $A_1$  και  $A_2$  των αρχικών ταλαντώσεων ισχύει η σχέση

- α.  $A_1 = 2A_2$ .
- β.  $A_1 < A_2$ .
- γ.  $A_1 = A_2$ .
- δ.  $A_1 > A_2$ .

**Μονάδες 5**

**A5.** Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

- α. Κεντρική, (ή μετωπική) ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.
- β. Ένα σώμα μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Το πρώτο σώμα δίνει πάντοτε όλη την κινητική του ενέργεια στο δεύτερο.
- γ. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική φάση  $\pi/2$ . Τότε τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  η κινητική ενέργεια του σώματος είναι μέγιστη.

- δ. Ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση σταθερού πλάτους. Η ενέργεια που προσφέρει ο εξωτερικός διεγέρτης στον ταλαντωτή ανά περίοδο, είναι ίση με την ενέργεια που χάνει ο ταλαντωτής λόγω τριβών.
- ε. Ένα σώμα  $\Sigma$  εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι  $x_1=A_1\eta\mu\omega t$  και  $x_2=A_2\sigma\upsilon\nu\omega t$  με  $A_1 \neq A_2$ . Η συνισταμένη ταλάντωση έχει διαφορά φάσης  $\pi/4$  με κάθε μια από τις αρχικές ταλαντώσεις.

**Μονάδες 5**
**ΘΕΜΑ Β**

- B1.** Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  και περιόδου  $T$  χωρίς αρχική φάση. Η κινητική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης για τρίτη φορά, τη χρονική στιγμή

α.  $t = \frac{5T}{12}$

β.  $t = \frac{7T}{12}$

γ.  $t = \frac{25T}{12}$

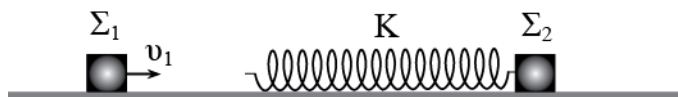
Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

**Μονάδες 2**

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 6**

- B2.** Ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1=m$  κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $v_1$  πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μπροστά από αυτό βρίσκεται ακίνητο ένα σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=m$ , πάνω στο οποίο είναι στερεωμένο ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα  $\Sigma_1$  πλησιάζοντας, συσπειρώνει το ελατήριο. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος  $\Sigma_1$  που γίνεται δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν αυτό έχει τη μέγιστη συσπείρωσή του είναι:



α. 25 %

β. 50 %

γ. 75 %

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

**B3.** Υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Οι ταλαντώσεις περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$x_1 = A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right), \quad x_2 = \sqrt{3}A\eta\mu\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Αν  $x$  είναι η απομάκρυνση της συνισταμένης ταλάντωσης, τότε ισχύει

α.  $x = 2A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$

β.  $x = 2A\eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$

γ.  $x = 2A\eta\mu\omega t$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

### ΘΕΜΑ Γ

Ένα σώμα μάζας  $m=0,5\text{kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  η επιτάχυνση του σώματος είναι μέγιστη, με αρνητικό πρόσημο και μέτρο  $4\text{m/s}^2$ . Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται κάθε  $0,1\pi$  s.

**Γ1.** Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

Μονάδες 6

**Γ2.** Να γράψετε τη σχέση που δίνει τη φάση της ταλάντωσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να τη σχεδιάσετε για χρονικό διάστημα δυο περιόδων.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ορμής που έχει το σώμα τη χρονική στιγμή  $t_1 = \pi/30$  s.

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για χρονικό διάστημα μιας περιόδου.

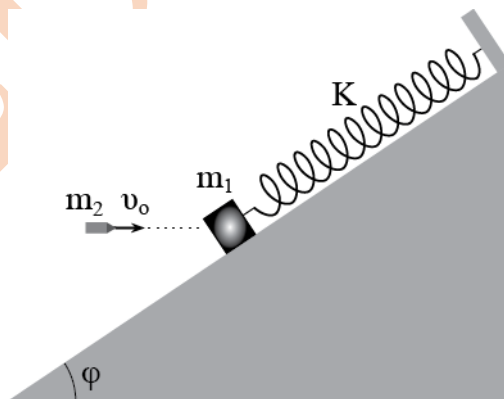
**Μονάδες 8**

Να θεωρήσετε:

- ο τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες.

### **ΘΕΜΑ Δ**

Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 0,5 \text{ Kg}$  είναι στερεωμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K = 10 \text{ N/m}$  και ισορροπεί με το ελατήριο να έχει επιμήκυνση  $x_1 = 0,3 \text{ m}$  από το φυσικό του μήκος. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Το παραπάνω σύστημα ελατηρίου - μάζας, βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi$  με  $\eta_{\varphi} = 0,6$  όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ένα βλήμα μάζας  $m_2 = 0,3 \text{ Kg}$  που κινείται με οριζόντια ταχύτητα  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  σφηνώνεται στο σώμα. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ . Το συσσωμάτωμα σταματάει στιγμιαία για πρώτη φορά στη θέση στην οποία το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά  $x_2 = 0,3 \text{ m}$  από το φυσικό του μήκος.



**Δ1.** Να εξετάσετε αν υπάρχει στατική τριβή στην αρχική ισορροπία του σώματος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο και να βρείτε την τιμή της.

**Μονάδες 5**

Δ2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης του συσσωματώματος με το κεκλιμένο επίπεδο.

Μονάδες 7

Δ4. Το συσσωμάτωμα σταματάει οριστικά να κινείται στη θέση ισορροπίας του με τη στατική τριβή στη θέση αυτή να είναι μηδενική. Πόσο θα είναι το συνολικό διάστημα που θα έχει διανύσει το συσσωμάτωμα από τη στιγμή της κρούσης μέχρις ότου σταματήσει οριστικά.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε:

- ο τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες.
- ο ότι τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.
- ο τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

Στις ημιτελείς προτάσεις **A1 – A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

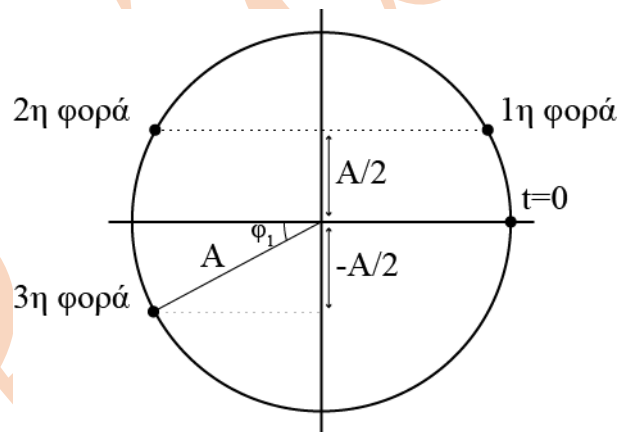
- A1. γ
- A2. α
- A3. γ
- A4. γ
- A5. Σ, Λ, Λ, Σ, Λ

**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Σωστή η β.

Από τη διατήρηση της ενέργειας στον ταλαντωτή παίρνουμε:

$$K + U = E \xrightarrow{K=3U} 4U = E \Rightarrow 4 \frac{1}{2} D x^2 = \frac{1}{2} D A^2 \Rightarrow 4x^2 = A^2 \Rightarrow x^2 = \frac{A^2}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{2}$$



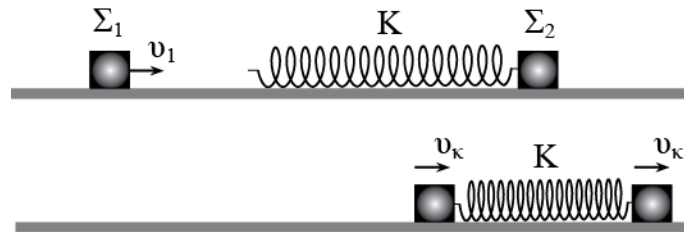
$$\eta \mu \varphi_1 = \frac{\frac{A}{2}}{A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$\omega t = \pi + \varphi_1 \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{7T}{12}$$

**B2.** Σωστή η β.

Στη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου τα σώματα θα έχουν την ίδια ταχύτητα  $v_{\kappa}$ .

$$\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}} \Rightarrow m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_{\kappa} \Rightarrow m v_1 = 2m v_{\kappa} \Rightarrow v_{\kappa} = \frac{v_1}{2}$$



Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου στην παραπάνω θέση είναι:

$$\begin{aligned} \Sigma W &= \Delta K \Rightarrow W_{\text{ελ}} = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \Rightarrow U_{\text{ελ,αρχ}} - U_{\text{ελ,τελ}} = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \xrightarrow{U_{\text{ελ,αρχ}}=0} \\ \Rightarrow -U_{\text{ελ,τελ}} &= \frac{1}{2} 2m v_{\kappa}^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow -U_{\text{ελ,τελ}} = \frac{1}{2} 2m \frac{v_1^2}{4} - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow -U_{\text{ελ,τελ}} = \frac{1}{2} m \frac{v_1^2}{2} - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow U_{\text{ελ,τελ}} = \frac{1}{4} m v_1^2 \end{aligned}$$

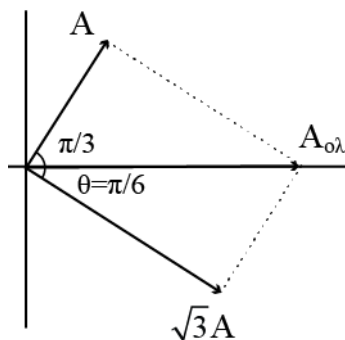
Και το ποσοστό είναι:

$$\Pi = \frac{U_{\text{ελ,τελ}}}{K_{\text{αρχ}}} = \frac{\frac{1}{4} m v_1^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} = \frac{2}{4} = 0,5 \rightarrow 50\%$$

**B3.** Σωστή η γ.

Η διαφορά φάσης των αρχικών ταλαντώσεων είναι:

$$\varphi = \frac{\pi}{3} - \left( -\frac{\pi}{6} \right) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$





Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$A_{\text{ολ}} = \sqrt{A^2 + (\sqrt{3}A)^2} = \sqrt{A^2 + 3A^2} \sqrt{4A^2} = 2A$$

Η διαφορά φάσης της συνισταμένης ταλάντωσης με την δεύτερη ταλάντωση είναι:

$$\varepsilon\phi\theta = \frac{A}{\sqrt{3}A} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Άρα η αρχική φάση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι μηδέν. Και η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι:

$$x = A_{\text{ολ}}\eta\mu\omega t \Rightarrow x = 2A\eta\mu\omega t$$

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.** Η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται χρονικά κάθε  $T/2$ . Άρα η περίοδος της ταλάντωσης είναι:

$$\frac{T}{2} = 0,1\pi \Rightarrow T = 0,2\pi \text{ s}$$

Και το πλάτος της ταλάντωσης είναι:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,2\pi} = 10 \text{ rad / s}$$

$$a_{\text{max}} = A\omega^2 \Rightarrow 4 = A \cdot 10^2 \Rightarrow A = 0,04 \text{ m}$$

**Γ2.** Υπολογίζουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης.

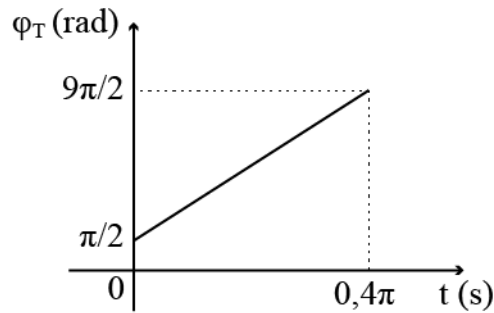
$$a = -a_{\text{max}} \eta\mu(\omega t + \phi) \Rightarrow -4 = -4\eta\mu\phi \Rightarrow \eta\mu\phi = 1 \Rightarrow \eta\mu\phi = \eta\mu \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \phi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \\ \phi = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \end{cases} \xrightarrow{\kappa=0} \phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Η φάση της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση:

$$\phi_T = \omega t + \phi \Rightarrow \phi_T = 10t + \frac{\pi}{2}$$

Και το διάγραμμα φάσης χρόνου είναι:



**Γ3.** Η ορμή του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_1$  είναι:

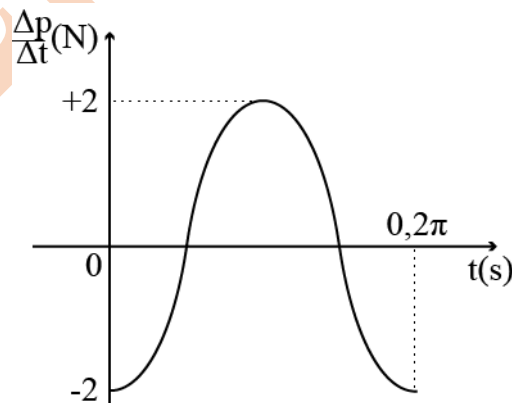
$$v = A\omega \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow v = 0,04 \cdot 10 \sin\left(10 \frac{\pi}{30} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow v = 0,4 \sin \frac{5\pi}{6} = -0,2\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$p = mv = 0,5(-0,2\sqrt{3}) = -0,1\sqrt{3} \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

**Γ4.** Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής εκφράζει τη συνολική δύναμη που ασκείται στο σώμα που ταλαντώνεται.

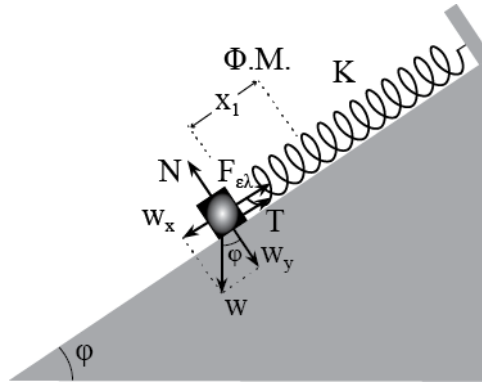
$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = -Dx = -m\omega^2 A \eta \mu(\omega t + \varphi) \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = -2\eta \mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Και το χρονικό διάγραμμα είναι:



## ΘΕΜΑ Δ

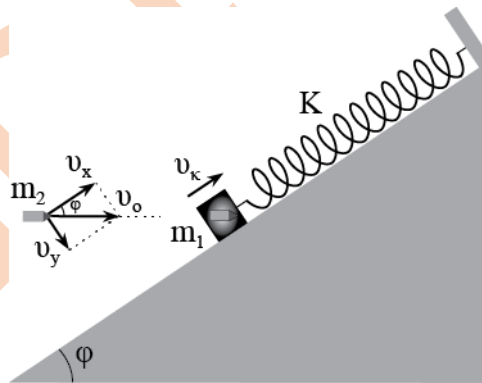
Δ1. Έστω ότι υπάρχει στατική τριβή. Από την ισορροπία του σώματος παίρνουμε:



$$\begin{aligned} \Sigma F = 0 &\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} + T = w_x \Rightarrow T = w_x - F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow T = m_1 g \eta \mu \varphi - K x_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow T = 0,5 \cdot 10 \cdot 0,6 - 10 \cdot 0,3 \Rightarrow T = 0 \end{aligned}$$

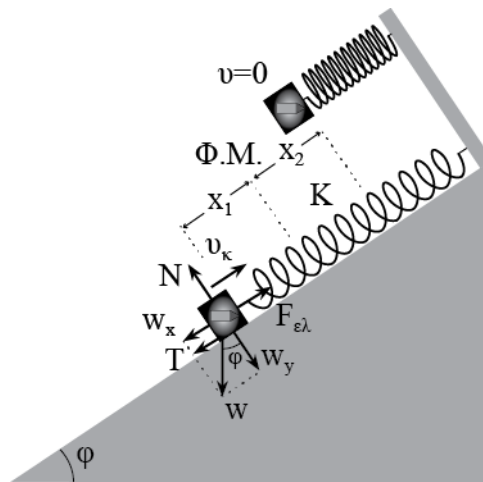
Δ2. Με την αρχή διατήρησης της ορμής η οποία ισχύει στον άξονα x που είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο, υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

$$\begin{aligned} \eta \mu^2 \varphi + \sigma \nu \nu^2 \varphi = 1 &\Rightarrow 0,6^2 + \sigma \nu \nu^2 \varphi = 1 \Rightarrow \sigma \nu \nu \varphi = 0,8 \\ v_x = v_o \sigma \nu \nu \varphi = 10 \cdot 0,8 &= 8 \text{ m/s} \end{aligned}$$



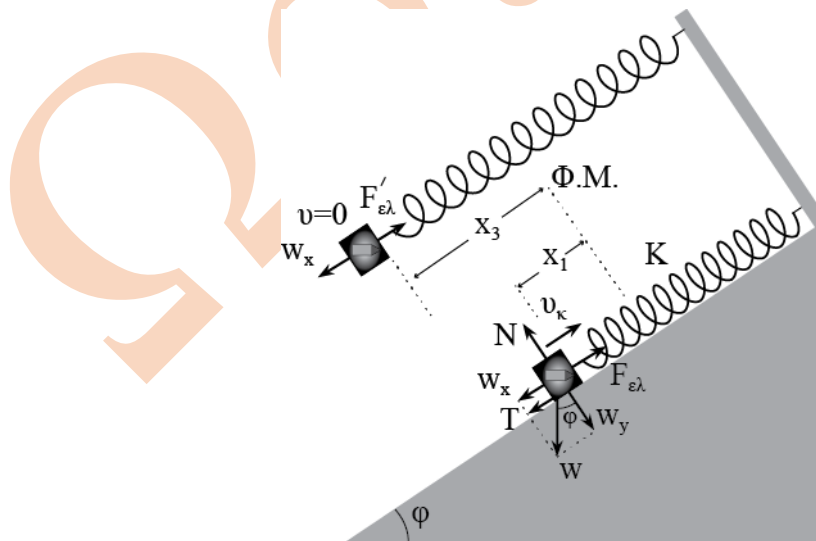
$$\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}} \Rightarrow m_2 v_x = (m_1 + m_2) v_{\kappa} \Rightarrow 0,3 \cdot 8 = 0,8 \cdot v_{\kappa} \Rightarrow v_{\kappa} = 3 \text{ m/s}$$

Δ3. Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. στην κίνηση του συσσωματώματος υπολογίζουμε τον συντελεστή τριβής.



$$\begin{aligned} \Sigma W &= \Delta K \Rightarrow W_T + W_W + W_{\varepsilon\lambda} = K_T - K_A \Rightarrow \\ \Rightarrow -\mu m_{\text{ολ}} g \sigma \nu \nu \varphi \cdot (x_1 + x_2) - m_{\text{ολ}} g \eta \mu \varphi \cdot (x_1 + x_2) + \frac{1}{2} K x_1^2 - \frac{1}{2} K x_2^2 &= -\frac{1}{2} m_{\text{ολ}} v_{\kappa}^2 \xrightarrow{x_1=x_2} \\ \Rightarrow \mu g \sigma \nu \nu \varphi \cdot (x_1 + x_2) + g \eta \mu \varphi \cdot (x_1 + x_2) &= \frac{1}{2} v_{\kappa}^2 \Rightarrow \mu \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 4,5 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4,8\mu = 0,9 \Rightarrow \mu &= \frac{9}{48} = 0,1875 \end{aligned}$$

**Δ4.** Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. στην συνολική κίνηση του συσσωματώματος υπολογίζουμε το συνολικό διάστημα κίνησης.



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) g \cdot \eta \mu \varphi = K x_3 \Rightarrow 0,8 \cdot 10 \cdot 0,6 = 10 x_3 \Rightarrow x_3 = 0,48 \text{ m}$$

$$\begin{aligned}\Sigma W &= \Delta K \Rightarrow W_T + W_W + W_{ελ} = K_T - K_A \Rightarrow \\ &\Rightarrow -\mu m_{ολ} g \sin \varphi \cdot x_{ολ} + m_{ολ} g \eta \mu \varphi \cdot (x_3 - x_1) + \frac{1}{2} K x_1^2 - \frac{1}{2} K x_3^2 = -\frac{1}{2} m_{ολ} v_k^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -1,2 x_{ολ} + 0,864 + 0,45 - 1,152 = -3,6 \Rightarrow -1,2 x_{ολ} = -3,762 \Rightarrow x_{ολ} = 3,135 \text{m}\end{aligned}$$

Ωρίωνας