Ωρίωνας ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΦΥΣΙΚΗΣ	**ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**

ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ**

Ημερομηνία: Τρίτη 27 Δεκεμβρίου 2016
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινείται σε οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2. Η ταχύτητα του πρώτου σώματος ακριβώς πριν την κρούση είναι $\vec{\upsilon}_1$. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 σταματάει ενώ το σώμα Σ_2 αποκτά ταχύτητα $\vec{\upsilon}'_2$.

α. Για τις μάζες των δυο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 < m_2$.

β. Για τις μάζες των δυο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 > m_2$.

γ. Για τις μάζες των δυο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1 = m_2$.

δ. Η μάζα του πρώτου σώματος είναι αμελητέα σε σχέση με τη μάζα του δεύτερου.

Μονάδες 5

Α2. Ένα μικρό σώμα είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ=100N/m, η άλλη άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε σταθερό σημείο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με εξίσωση απομάκρυνσης $x = 0{,}1 \cdot \eta\mu(10\pi t)$ (S.I.).

α. Η περίοδος της ταλάντωσης του σώματος είναι Τ=10π s.

β. Από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ το σώμα έχει διανύσει διάστημα s=2 m.

γ. Η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος σε συνάρτηση με την απομάκρυνση δίνεται από την εξίσωση $\Sigma F = -10x$.

δ. Κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος είναι αντίθετες.

Μονάδες 5

Α3. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους A και ενέργειας E. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση $x = +\frac{A}{2}$:

α. για τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και την κινητική ενέργεια του σώματος ισχύει $U < K$.

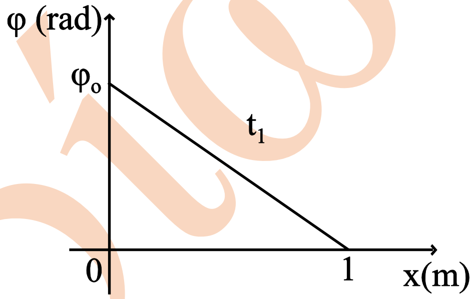
β. η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $U = \frac{E}{2}$.

γ. η κινητική ενέργεια του σώματος είναι $K = \frac{E}{4}$.

δ. για τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και την κινητική ενέργεια του σώματος ισχύει $K + U < E$.

Μονάδες 5

Α4. Το άκρο Ο μιας ελαστικής χορδής εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y_O = A \cdot ημ(ωt)$. Πάνω στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα στην κατεύθυνση του άξονα Οx. Το παρακάτω διάγραμμα μας δίνει τη φάση όλων των σημείων της χορδής τη χρονική στιγμή $t_1 = 2T$, όπου T η περίοδος του κύματος.



α. Τη χρονική στιγμή t_1 η φάση του σημείου Ο είναι $φ_o = π\,rad$

β. Τη χρονική στιγμή t_1 η φάση του σημείου Ο είναι $φ_o = 2π\,rad$

γ. Το μήκος κύματος του κύματος είναι λ=1 m.

δ. Το μήκος κύματος του κύματος είναι λ=0,5 m.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους, η ενέργεια της ταλάντωσης είναι σταθερή.

β. Το άκρο Ο μιας ελαστικής χορδής εκτελεί αμείωτη απλή αρμονική ταλάντωση. Έτσι πάνω στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα στην κατεύθυνση του ημιάξονα Οx. Όλα τα σημεία του ημιάξονα Οx ξεκινούν ταυτόχρονα την ταλάντωσή τους.

γ. Από τη σύνθεση δύο ταλαντώσεων που οι συχνότητές τους διαφέρουν πολύ λίγο προκύπτει ιδιόμορφη περιοδική κίνηση που παρουσιάζει διακροτήματα.

δ. Η αρχή της επαλληλίας παραβιάζεται μόνο όταν τα κύματα είναι τόσο ισχυρά ώστε να μεταβάλλουν τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο διαδίδονται (όταν οι δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια του μέσου δεν είναι ανάλογες της απομάκρυνσης).

ε. Στο στάσιμο κύμα, η ονομασία (στάσιμο = ακίνητο) οφείλεται στο γεγονός ότι εδώ έχουμε να κάνουμε με ένα κύμα, δηλαδή με μια παραμόρφωση που διαδίδεται.

Μονάδες 5

<u>ΘΕΜΑ Β</u>

Β1. Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = 0{,}1 \cdot ημ10πt$ (S.I.) και $x_2 = 0{,}1 \cdot ημ\left(10πt + \frac{2π}{3}\right)$ (S.I.). Η ενέργεια του ταλαντωτή όταν εκτελεί τη συνισταμένη ταλάντωση είναι Ε, ενώ όταν εκτελεί ξεχωριστά τις αρχικές ταλαντώσεις είναι E_1 και E_2 αντίστοιχα. Μεταξύ των παραπάνω ενεργειών ισχύει η σχέση:

α. $E = E_1 = E_2$

β. $E = E_1 + E_2$

γ. $E = E_1 - E_2$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Πάνω σε μια χορδή x΄Οx μεγάλου μήκους δημιουργείται στάσιμο κύμα με εξίσωση απομάκρυνσης $y = 2Aσυν\frac{2πx}{λ}ημ\frac{2πt}{T}$, (όπου Α είναι το πλάτος, λ το μήκος κύματος και Τ η περίοδος των αρχικών κυμάτων). Δυο διαδοχικά σημεία Μ και Ν της χορδής που έχουν την ίδια φάση ταλαντώνονται με την ίδια ενέργεια $E_M = E_N = \frac{1}{2}DA^2$, (όπου D η σταθερά της ταλάντωσής τους). Η απόσταση των δυο σημείων Μ και Ν είναι:

α. $d=\frac{\lambda}{6}$

β. $d=\frac{\lambda}{3}$

γ. $d=\frac{\lambda}{2}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Β3. Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=m$ κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$. Το σώμα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 κινείται στην αντίθετη από την αρχική του κατεύθυνση έχοντας χάσει το 75% της αρχικής του κινητικής ενέργειας. Η μάζα του σώματος Σ_2 είναι:

α. $m_2=m$

β. $m_2=2m$

γ. $m_2=3m$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού διαδίδονται δυο εγκάρσια αρμονικά κύματα που δημιουργούνται από δυο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 οι οποίες βρίσκονται στα σημεία Μ και Ν αντίστοιχα της επιφάνειας του υγρού και ταλαντώνονται με εξίσωση $y=0{,}1\eta\mu 5\pi t$ (S.I.). Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από τις δυο πηγές αποστάσεις $r_1=0{,}5\text{m}$ και $r_2=0{,}9\text{m}$ αντίστοιχα. Το σημείο Σ ξεκινάει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_1=1\text{s}$.

Γ1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων.

Μονάδες 6

Γ2. Να εξετάσετε αν στο σημείο Σ έχουμε ενίσχυση ή απόσβεση του κύματος.

Μονάδες 5

Γ3. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της απομάκρυνσης του σημείου Σ σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 2,6s$.

Μονάδες 6

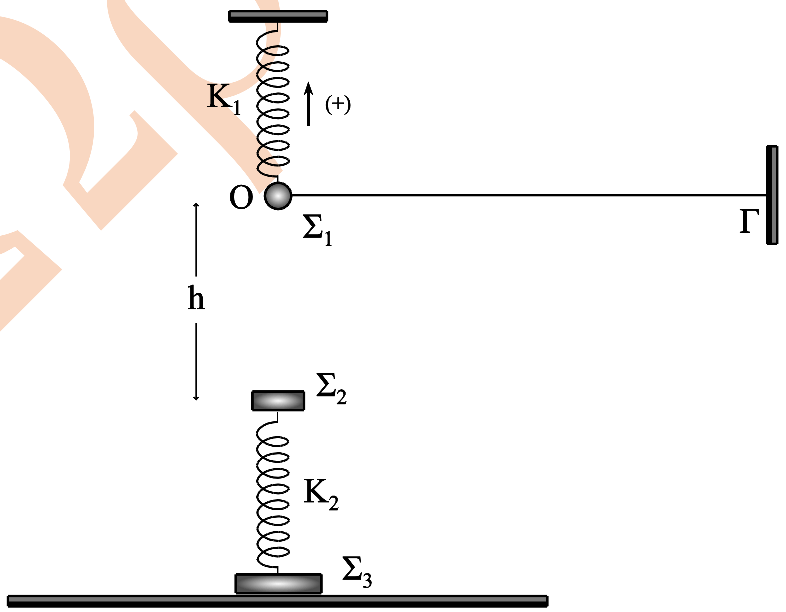
Ένα σημείο Λ βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει τις δυο πηγές και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_3 = 1,2s$.

Γ4. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των σημείων Λ και Σ μετά τη συμβολή των κυμάτων και στα δυο σημεία.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $K_1 = 16N/m$, το πάνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, είναι στερεωμένο ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1. Στο σώμα $Σ_1$ είναι στερεωμένη μια οριζόντια ελαστική χορδή ΟΓ μήκους 5m. Κάτω από το σώμα $Σ_1$ και στην ίδια κατακόρυφο βρίσκεται ένα άλλο κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $K_2 = 80N/m$. Στο πάνω άκρο του είναι στερεωμένο ένα σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = m_1$, ενώ στο κάτω του άκρο είναι στερεωμένο ένα σώμα $Σ_3$ μάζας $m_3 = 1,2Kg$. Αρχικά όλα τα σώματα ισορροπούν με το $Σ_1$ να απέχει από το $Σ_2$ απόσταση $h = 0,18m$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ το σώμα $Σ_1$ ξεκινάει να ταλαντώνεται με εξίσωση απομάκρυνσης $y_O = 0,1ημ2πt$ (S.I.). Έτσι πάνω στη χορδή δημιουργείται εγκάρσιο αρμονικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα $υ = 2m/s$.



Δ1. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται πάνω στη χορδή.

Μονάδες 5

Δ2. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος πάνω στη χορδή τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία το κύμα έχει φτάσει στο άκρο Γ της χορδής.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1 με ένα κατάλληλο μηχανισμό το σώμα Σ_1 ελευθερώνεται από το ελατήριο και από την ελαστική χορδή χωρίς να αλλάξει η κινητική του κατάσταση που είχε την παραπάνω χρονική στιγμή. Έτσι φτάνοντας στο σώμα Σ_2 συγκρούεται μ' αυτό μετωπικά και πλαστικά. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα των Σ_1 και Σ_2 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ3. Να υπολογίσετε ποιο ποσοστό της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης αποτελεί την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.

Μονάδες 6

Δ4. Να υπολογίσετε την μέγιστη ταχύτητα που θα μπορούσε να έχει το σώμα Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση του με το σώμα Σ_2, ώστε το σώμα Σ_3 να μην ανασηκώνεται από το έδαφος κατά την ταλάντωση του συσσωματώματος.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε:

- τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες.
- ότι τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.
- τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες.
- $\pi^2=10$.
- θετική την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g=10\frac{m}{s^2}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. γ

Α2. β

Α3. α

Α4. δ

Α5. Σ, Λ, Σ, Σ, Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η α.

Υπολογίζουμε το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης.

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\sigma\upsilon\nu\varphi}\xrightarrow{A_1=A_2}A=\sqrt{2A_1^2+2A_1^2\left(-\frac{1}{2}\right)}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow A=\sqrt{2A_1^2-2A_1^2}\Rightarrow A=\sqrt{A_1^2}\Rightarrow A=A_1=0{,}1\text{m}$$

Αφού οι ταλαντώσεις έχουν το ίδιο πλάτος θα έχουν και την ίδια ενέργεια.

Άρα $E=E_1=E_2$

Β2. Σωστή η β.

Τα σημεία Μ και Ν έχουν το ίδιο πλάτος Α. Από το πλάτος του στάσιμου κύματος παίρνουμε:

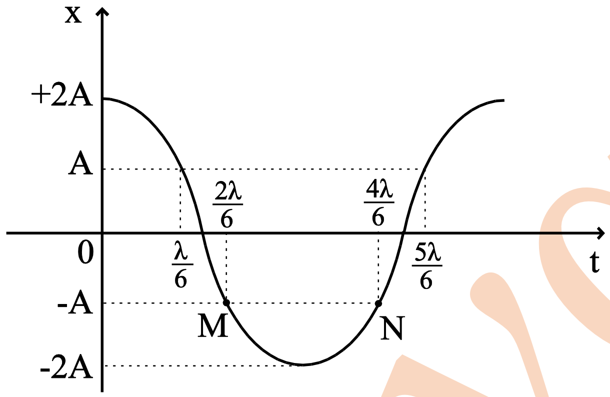
$$A'=\left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right|\Rightarrow A=\left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right|\Rightarrow\left|\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right|=\frac{1}{2}\Rightarrow\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}=\pm\frac{1}{2}$$

Λύνοντας τις παραπάνω τριγωνομετρικές εξισώσεις παίρνουμε:

$$\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{1}{2}\Rightarrow\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}=\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}\Rightarrow\left|\begin{array}{l}\frac{2\pi x}{\lambda}=2\kappa\pi+\frac{\pi}{3}\xrightarrow{\kappa=0}\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{\lambda}{6}\\ \frac{2\pi x}{\lambda}=2\kappa\pi-\frac{\pi}{3}\xrightarrow{\kappa=1}\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{5\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{5\lambda}{6}\end{array}\right.$$

$$\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}=\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}\Rightarrow\left|\begin{array}{l}\frac{2\pi x}{\lambda}=2\kappa\pi+\frac{2\pi}{3}\xrightarrow{\kappa=0}\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{2\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{2\lambda}{6}\\ \frac{2\pi x}{\lambda}=2\kappa\pi-\frac{2\pi}{3}\xrightarrow{\kappa=1}\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{4\pi}{3}\Rightarrow x=\frac{4\lambda}{6}\end{array}\right.$$

Βάζοντας τις παραπάνω θέσεις σ’ ένα στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος παίρνουμε:



Και η απόσταση των σημείων Μ και Ν είναι:

$$d=\frac{4\lambda}{6}-\frac{2\lambda}{6}=\frac{2\lambda}{6}=\frac{\lambda}{3}$$

Β3. Σωστή η γ.

Υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 μετά την κρούση.

$$K_1'=\frac{25}{100}K_1\Rightarrow\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2=\frac{1}{4}\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2\Rightarrow\upsilon_1'=\frac{\upsilon_1}{2}$$

Και η μάζα του σώματος Σ_2 είναι:

$$\upsilon_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\upsilon_1\Rightarrow-\frac{\upsilon_1}{2}=\frac{m-m_2}{m+m_2}\upsilon_1\Rightarrow-\frac{1}{2}=\frac{m-m_2}{m+m_2}\Rightarrow-m-m_2=2m-2m_2\Rightarrow m_2=3m$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από τη διάδοση των κυμάτων παίρνουμε:

$$r_1=\upsilon t_1\Rightarrow0{,}5=\upsilon\cdot1\Rightarrow\upsilon=0{,}5\,m/s$$

Γ2. Υπολογίζουμε το μήκος κύματος του κύματος.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 5\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 2,5\,Hz$$

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow 0,5 = \lambda 2,5 \Rightarrow \lambda = 0,2\,m$$

Υπολογίζουμε το πλάτος του σημείου Σ.

$$A_\Sigma = \left|2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{r_2 - r_1}{2\lambda}\right| = \left|2\cdot 0,1\sigma\upsilon\nu 2\pi\frac{0,9-0,5}{2\cdot 0,2}\right| = |0,2\sigma\upsilon\nu 2\pi| = 0,2\,m$$

Άρα στο σημείο Σ έχουμε ενίσχυση του κύματος.

Γ3. Από τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ δεν έχει φτάσει κανένα κύμα στο σημείο Σ. Άρα η απομάκρυνσή του είναι y=0.

Υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή που φτάνει το δεύτερο κύμα στο σημείο Σ.

$$r_2 = \upsilon t' \Rightarrow 0,9 = 0,5\cdot t' \Rightarrow t' = 1,8s$$

Άρα από τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t' = 1,8s$ το σημείο Σ ταλαντώνεται μόνο με την επίδραση του πρώτου κύματος.

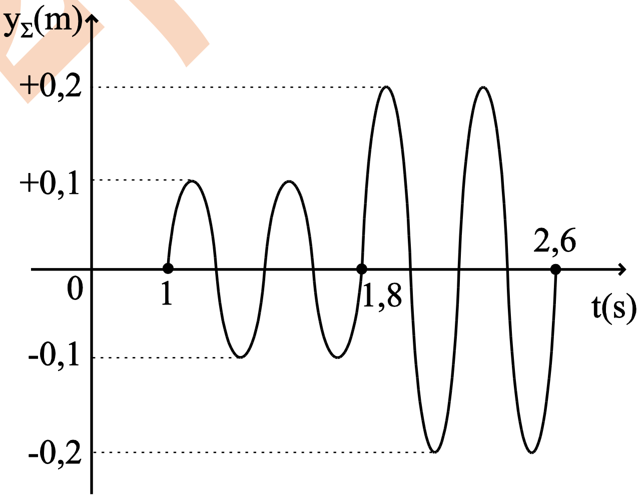
Η περίοδος του κύματος είναι:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2,5} = 0,4s$$

Επομένως το σημείο Σ ταλαντώνεται με την επίδραση του πρώτου κύματος για χρονικό διάστημα δύο περιόδων.

Από τη χρονική στιγμή $t' = 1,8s$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 2,6s$ (δηλαδή για άλλες δυο περιόδους) το σημείο Σ ταλαντώνεται με την επίδραση και των δύο κυμάτων.

Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου Σ για τον παραπάνω χρόνο φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



Γ4. Υπολογίζουμε την απόσταση του σημείου Λ από τις πηγές των κυμάτων.

$$r = \upsilon t_3 \Rightarrow r = 0,5 \cdot 1,2 = 0,6\,m$$

Οι φάσεις των σημείων Λ και Σ είναι:

$$\varphi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{1,4}{2\cdot 0,2}\right) \Rightarrow \varphi_\Lambda = 5\pi t - 7\pi$$

$$\varphi_\Sigma = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r + r}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_\Sigma = 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{1,2}{2\cdot 0,2}\right) \Rightarrow \varphi_\Sigma = 5\pi t - 6\pi$$

Και η διαφορά φάσης τους είναι:

$$\Delta\varphi_{\Lambda\Sigma} = \left|\varphi_\Lambda - \varphi_\Sigma\right| = \left|5\pi t - 7\pi - 5\pi t + 6\pi\right| = \pi\,rad$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Υπολογίζουμε τη συχνότητα την περίοδο και το μήκος κύματος του κύματος.

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow 2\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 1Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = 1s$$

$$\upsilon = \lambda f \Rightarrow 2 = \lambda \cdot 1 \Rightarrow \lambda = 2\,m$$

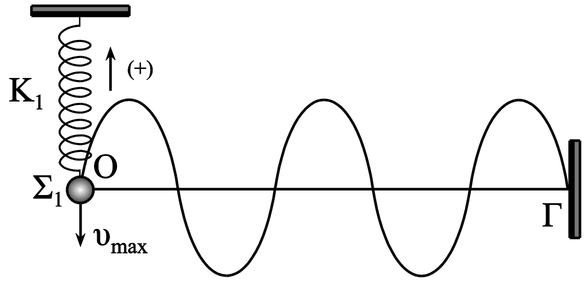
Και η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,1\eta\mu 2\pi\left(t - \frac{x}{2}\right)$$

Δ2. Υπολογίζουμε πόσα κύματα βρίσκονται πάνω στη χορδή τη χρονική στιγμή που το κύμα φτάνει στο σημείο Γ.

$$N = \frac{O\Gamma}{\lambda} = \frac{5}{2} = 2,5\,\text{μήκη κύματος}$$

Και το στιγμιότυπο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



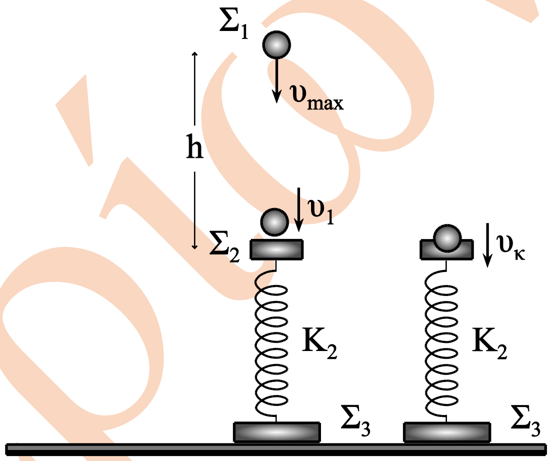
Δ3. Τη χρονική στιγμή t_1 που ελευθερώνεται το σώμα έχει ταχύτητα:

$$\upsilon_{max} = A\omega = A2\pi f = 0,1\cdot 2\pi\cdot 1 = 0,2\pi\, m/s$$

Με διατήρηση της μηχανικής ενέργειας υπολογίζουμε την ταχύτητα με την οποία το σώμα Σ_1 φτάνει στο σώμα Σ_2.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{U_{τελ}=0} \frac{1}{2}m_1\upsilon_{max}^2 + m_1 gh = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_{max}^2 + 2gh = \upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (0,2\pi)^2 + 2\cdot 10\cdot 0,18 = \upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1^2 = 0,4 + 3,6 \Rightarrow \upsilon_1^2 = 4 \Rightarrow \upsilon_1 = 2m/s$$



Με την αρχή διατήρησης της ορμής υπολογίζουμε την κοινή ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_κ \Rightarrow m_1\upsilon_1 = 2m_1\upsilon_κ \Rightarrow \upsilon_κ = \frac{\upsilon_1}{2} = 1m/s$$

Υπολογίζουμε τις μάζες m_1 και m_2.

$$K_1 = m_1\omega^2 \Rightarrow 16 = m_1(2\pi)^2 \Rightarrow 16 = m_1\cdot 40 \Rightarrow m_1 = 0,4Kg$$

$$m_2 = m_1 = 0,4Kg$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση είναι:

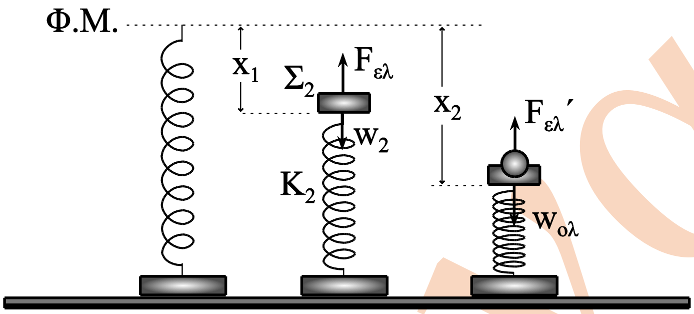
$$K_\Sigma = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 = \frac{1}{2}0,8\cdot 1^2 = 0,4\,J$$

Στην αρχική θέση ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow m_2 g = K_2 x_1 \Rightarrow 0,4\cdot 10 = 80x_1 \Rightarrow x_1 = 0,05\,m$$

Στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης ισχύει:

$$\Sigma F' = 0 \Rightarrow (m_1+m_2)g = K_2 x_2 \Rightarrow 0,8\cdot 10 = 80x_2 \Rightarrow x_2 = 0,1\,m$$



Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$K+U=E \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}K_2(x_2-x_1)^2 = E \Rightarrow \frac{1}{2}0,8\cdot 1^2 + \frac{1}{2}80\cdot 0,05^2 = E \Rightarrow E = 0,5\,J$$

Και το ποσοστό είναι:

$$\Pi = \frac{K_\Sigma}{E} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8 \Rightarrow \Pi = 80\%$$

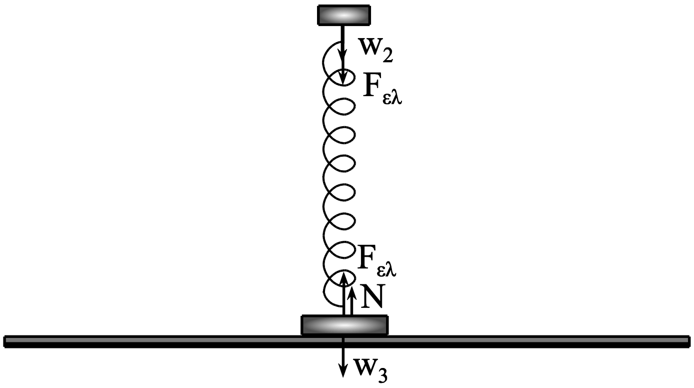
Δ4. Από την ταλάντωση του συσσωματώματος παίρνουμε:

$$\Sigma F = -K_2 x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} + (m_1+m_2)g = -K_2 x \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = -K_2 x + (m_1+m_2)g$$

$$F'_{\varepsilon\lambda} = -F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = -(m_1+m_2)g + K_2 x$$

Από τη ισορροπία του σώματος Σ_3 παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} + N - m_3 g = 0 \Rightarrow -(m_1+m_2)g + K_2 x + N - m_3 g = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow N = (m_1+m_2+m_3)g - K_2 x$$



Για να μην ανασηκώνεται το σώμα Σ_3 από το έδαφος πρέπει:

$$N \geq 0 \Rightarrow (m_1 + m_2 + m_3)g - K_2 x \geq 0 \Rightarrow (m_1 + m_2 + m_3)g \geq K_2 x \Rightarrow x \leq \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{K_2}$$

Η μέγιστη απομάκρυνση είναι στο πλάτος της ταλάντωσης. Άρα:

$$A \leq \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{K_2} \Rightarrow A_{max} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)g}{K_2} = \frac{2 \cdot 10}{80} = 0{,}25\,m$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στον ταλαντωτή υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

$$K + U = E \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa'^2 + \frac{1}{2}K_2(x_2 - x_1)^2 = \frac{1}{2}K_2 A_{max}^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa'^2 + K_2(x_2 - x_1)^2 = K_2 A_{max}^2 \Rightarrow 0{,}8 \cdot \upsilon_\kappa'^2 + 80 \cdot 0{,}05^2 = 80 \cdot 0{,}25^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}8 \cdot \upsilon_\kappa'^2 + 0{,}2 = 5 \Rightarrow 0{,}8 \cdot \upsilon_\kappa'^2 = 4{,}8 \Rightarrow \upsilon_\kappa'^2 = \frac{4{,}8}{0{,}8} \Rightarrow \upsilon_\kappa' = \sqrt{6}\,m/s$$

Από τη διατήρηση της ορμής υπολογίζουμε τη μέγιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει το σώμα Σ_1 πριν την κρούση.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 \upsilon_{1,max} = (m_1 + m_2)\upsilon_\kappa' \Rightarrow \upsilon_{1,max} = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_\kappa'}{m_1} = \frac{0{,}8 \cdot \sqrt{6}}{0{,}4} = 2\sqrt{6}\,m/s$$