ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΤΑΞΗ: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ημερομηνία: Τετάρτη 27 Δεκεμβρίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. Πάνω σε γραμμικό ελαστικό μέσο που εκτείνεται στον άξονα x΄Ox διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα περιόδου Τ και μήκους κύματος λ. Το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση Ο ($x_O=0$) του ελαστικού μέσου ξεκινάει την ταλάντωσή του τη χρονική στιγμή $t_o=0$ από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Όταν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου Ο γίνει μέγιστη για δεύτερη φορά,

α. η φάση του έχει γίνει $\varphi = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$.

β. το κύμα έχει φτάσει στη θέση $x = \frac{3\lambda}{2}$.

γ. ένα σημείο Μ που βρίσκεται στη θέση $x_M = \frac{\lambda}{2}$ ταλαντώνεται για χρόνο $t_M = \frac{T}{2}$.

δ. το υλικό σημείο Ο έχει την ίδια απομάκρυνση με το υλικό σημείο Ν που βρίσκεται στη θέση $x_N = \lambda$.

Μονάδες 5

Α2. Ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ένα άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2>m_1$. Αν θεωρήσουμε θετική τη φορά της ταχύτητας του Σ_1 τότε:

α. Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_2 κατά την κρούση είναι μηδέν.

β. Η μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 κατά την κρούση είναι αρνητική.

γ. Στην κρούση των δυο σωμάτων εμφανίζονται ίσες δυνάμεις.

δ. Η κινητική ενέργεια που χάνει το σώμα Σ_1 κατά την κρούση μετατρέπεται σε θερμότητα και σε κινητική ενέργεια του σώματος Σ_2.

Μονάδες 5

Α3. Μικρό σώμα μάζας m είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς Κ, το άνω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου Τ και αρχικής φάσης $\frac{3\pi}{2}\text{rad}$. Όταν η κινητική ενέργεια του σώματος θα γίνει ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης για τρίτη φορά, το σώμα θα έχει περάσει από τη θέση ισορροπίας του

α. μια φορά.

β. δυο φορές.

γ. τρεις φορές.

δ. τέσσερις φορές.

Μονάδες 5

Α4. Δυο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 που βρίσκονται στην ελεύθερη επιφάνεια νερού και απέχουν απόσταση d μεταξύ τους, ξεκινούν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_o=0$ με εξίσωση $y=A\eta\mu\omega t$ η κάθε μια. Τα κύματα που δημιουργούνται από τις πηγές διαδίδονται στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού. Ένα υλικό σημείο που βρίσκεται στη μεσοκάθετη της απόστασης d, αφού συμβάλουν τα κύματα ταλαντώνεται με πλάτος

α. Α.

β. 0,5Α.

γ. 2Α.

δ. 0.

Μονάδες 5

Α5. *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

α. Στην ελαστική κρούση δυο σωμάτων ισχύει πάντοτε η αρχή διατήρησης της κινητικής ενέργειας.

β. Η ιδιοσυχνότητα ενός συστήματος που ταλαντώνεται, είναι ανεξάρτητη από το πλάτος ταλάντωσης.

γ. Μήκος κύματος ενός κύματος ονομάζεται η οριζόντια απόσταση που διανύει το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου.

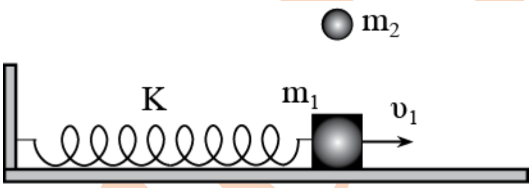
δ. Η ταχύτητα διάδοσης ενός κύματος μέσα σ' ένα ελαστικό μέσο εξαρτάται από το μήκος κύματος του κύματος.

ε. Ένα σώμα Σ εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι $x_1=A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2=A\eta\mu\omega_2 t$ με $\omega_1 \approx \omega_2$. Η συνισταμένη ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση των δυο παραπάνω ταλαντώσεων έχει σταθερό πλάτος.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα σώμα μάζας $m_1=m$ είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση έχοντας ενέργεια Ε και μέγιστη ταχύτητα υ_{max}. Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση της ταλάντωσης στην οποία το μέτρο της ταχύτητάς του είναι $\upsilon_1 = \frac{\upsilon_{max}}{2}$, ένα δεύτερο σώμα μάζας $m_2 = \frac{m}{2}$ πέφτει κατακόρυφα και σφηνώνεται μ' αυτό. Η ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση είναι



α. $E' = \frac{4E}{12}$

β. $E' = \frac{9E}{12}$

γ. $E' = \frac{11E}{12}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με τον ημιάξονα Οx διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους Α προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Τη χρονική στιγμή $t_o=0$ το υλικό σημείο που βρίσκεται στο σημείο Ο ξεκινά να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα και η φάση της ταλάντωσης του μεταβάλλεται κατά 4π κάθε δευτερόλεπτο. Στη χρονική διάρκεια του τρίτου δευτερόλεπτου το κύμα θέτει σε ταλάντωση όλα τα σημεία του ελαστικού μέσου που βρίσκονται μεταξύ των σημείων Κ (x_K=+1,6m) και Μ, συμπεριλαμβανόμενου και του Μ. Αν τη χρονική στιγμή t_1 ξεκινάει να ταλαντώνεται το σημείο Μ ενώ το σημείο Κ βρίσκεται ήδη σε ταλάντωση, ο αριθμός των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου που διέρχεται από τη θέση απομάκρυνσης $y_1 = +0,4A$ τη χρονική στιγμή t_1 είναι

α. 4.
β. 8.
γ. 12.

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Β3. Σε μια φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος μειώνεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_o e^{-\Lambda t}$, όπου A_o το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_o=0. Μετά από μια περίοδο το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται $A_1 = \frac{A_o}{2}$. Στο τέλος της τρίτης περιόδου το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας του ταλαντωτή σε σχέση με την ενέργεια E_o τη χρονική στιγμή t_o=0 είναι

α. $\Pi = -\frac{63}{64}100\%$

β. $\Pi = -\frac{3}{64}100\%$

γ. $\Pi = -\frac{1}{64}100\%$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Αρμονικό κύμα πλάτους Α=0,3m διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα x΄Ox, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Τη χρονική στιγμή t_o=0 το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση Ο (x_o=0) ξεκινάει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή t_1=0,8 s το σημείο Ο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα έχοντας εκτελέσει 2 ταλαντώσεις, ενώ το υλικό σημείο Κ (x_K=+1m) την ίδια στιγμή φτάνει για δεύτερη φορά σε ακραία θέση της ταλάντωσής του.

Γ1. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_2 που ξεκινά να ταλαντώνεται το σημείο Κ.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος.

Μονάδες 5

Γ3. Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της φάσης ενός σημείου Μ το οποίο τη χρονική στιγμή t_1 έχει φάση ίση με τη μισή της φάσης του σημείου Ο και να τη σχεδιάσετε για χρονικό διάστημα από t_o=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

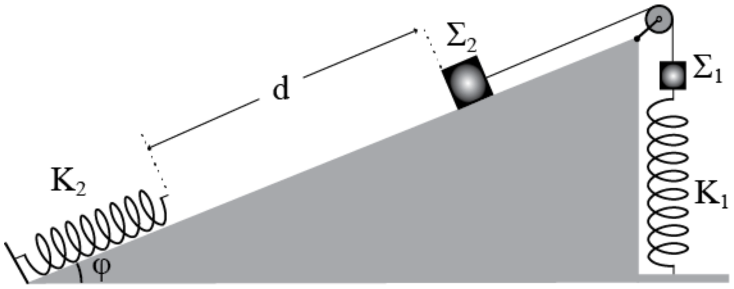
Κάποια χρονική στιγμή στο ίδιο γραμμικό μέσο αρχίζει να διαδίδεται και ένα δεύτερο όμοιο εγκάρσιο αρμονικό κύμα προς την αρνητική κατεύθυνση. Έτσι πάνω στον άξονα x΄Ox δημιουργείται στάσιμο κύμα. Μετά τη δημιουργία του στάσιμου κύματος το υλικό σημείο που βρίσκεται στη θέση Ο ξεκινάει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t'_o = 0$ (την οποία θεωρούμε αρχή των χρόνων) από τα θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

Γ4. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος μεταξύ των θέσεων N(x_N=48,2m) και P(x_P=49,6m) τη χρονική στιγμή που δυο διαδοχικές κοιλίες θα απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=0,5m για πρώτη φορά μετά τη χρονική στιγμή $t'_o = 0$.

Μονάδες 8

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Στο σχήμα τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ (αμελητέων διαστάσεων) με μάζες m_1=1Kg και m_2=3Kg συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές νήμα μέσω τροχαλίας αμελητέας μάζας. Το σώμα $Σ_1$ είναι στερεωμένο σε ελατήριο σταθεράς K_1=100N/m και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο K_1 να έχει επιμήκυνση. Τη χρονική στιγμή t_o=0 κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το σώμα $Σ_2$ αφού ολισθήσει χωρίς τριβές πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο κατά διάστημα d=0,4m συναντάει το ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς K_2=150N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σταθερά. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι $φ=30^o$.



Δ1. Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση για την ταλάντωση του σώματος Σ_1 και να κάνετε το διάγραμμα U-x.

Μονάδες 5

Δ2. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας για την ταλάντωση του σώματος Σ_1 και να την παραστήσετε γραφικά για χρόνο μιας περιόδου.

Μονάδες 5

Δ3. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου K_2.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2, τη χρονική στιγμή t_1 στην οποία το σώμα Σ_1 θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε:
- τις αντιστάσεις του αέρα αμελητέες.
- ότι τα σχήματα δεν είναι υπό κλίμακα.
- τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες.
- θετική τη φορά προς τα πάνω.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

Α1. α

Α2. β

Α3. α

Α4. γ

Α5. Σ, Σ, Σ, Λ, Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή η γ.

Από τη διατήρηση της ορμής κατά την κρούση παίρνουμε:

$$p_{αρχ} = p_{τελ} \Rightarrow m_1 υ_1 = (m_1 + m_2) υ_κ \Rightarrow m υ_1 = \frac{3}{2} m υ_κ \Rightarrow υ_κ = \frac{2}{3} υ_1 = \frac{2}{3}\frac{υ_{max}}{2} = \frac{υ_{max}}{3}$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας στον πρώτο και στον δεύτερο ταλαντωτή παίρνουμε:

$$\left.\begin{aligned} K + U = E \\ K' + U' = E' \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{1}{2} m \left(\frac{υ_{max}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} K x_1^2 = E \\ \frac{1}{2}\frac{3}{2} m \left(\frac{υ_{max}}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} K x_1^2 = E' \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \frac{1}{2} K x_1^2 = E - \frac{m υ_{max}^2}{8} \\ \frac{1}{2} K x_1^2 = E' - \frac{m υ_{max}^2}{12} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E - \frac{m υ_{max}^2}{8} = E' - \frac{m υ_{max}^2}{12} \Rightarrow E - \frac{E}{4} = E' - \frac{E}{6} \Rightarrow E' = \frac{11E}{12}$$

Β2. Σωστή η γ.

Η περίοδος του κύματος είναι:

$$Δφ = 2π \frac{Δt}{T} \Rightarrow 4π = 2π \frac{1}{T} \Rightarrow T = 0,5\,s$$

Σε δυο δευτερόλεπτα το κύμα έχει φτάσει στο σημείο Κ. Από τη φάση του σημείου αυτού παίρνουμε:

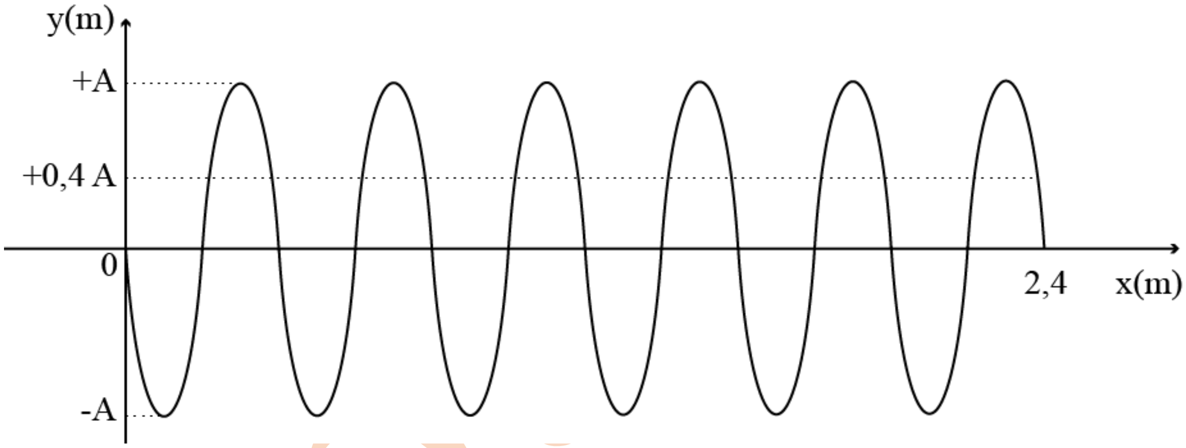
$$\varphi_K = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) \xrightarrow{\varphi_K = 0} \frac{2}{0,5} - \frac{1,6}{\lambda} = 0 \Rightarrow \lambda = 0,4\,m$$

Στη διάρκεια του τρίτου δευτερόλεπτου ταλαντώνονται τα σημεία από το Κ μέχρι το Μ. Στη διάρκεια αυτή το κύμα διαδίδεται κατά δυο μήκη κύματος. Η θέση του Μ είναι:

$$x_M = x_K + 2\lambda = 1,6 + 2\cdot 0,4 = 2,4\,m$$

Σχεδιάζουμε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1.

$$N = \frac{2,4}{0,4} = 6\,\text{μήκη κύματος}$$



Από το στιγμιότυπο φαίνεται ότι 12 υλικά σημεία του ελαστικού μέσου έχουν απομάκρυνση +0,4Α τη χρονική στιγμή t_1.

Β3. Σωστή η α.

Υπολογίζουμε το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης στο τέλος της τρίτης περιόδου.

$$A_1 = A_o e^{-\Lambda t} \Rightarrow \frac{A_o}{2} = A_o e^{-\Lambda T} \Rightarrow e^{-\Lambda T} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Lambda T = \ell n 2 \Rightarrow \Lambda = \frac{\ell n 2}{T}$$

$$A_2 = A_o e^{-\Lambda t} \xrightarrow{t=3T} A_2 = A_o e^{-\frac{\ell n 2}{T}3T} = A_o e^{-\ell n 8} = \frac{A_o}{8}$$

Και το ποσοστό μείωσης της ενέργειας είναι:

$$\Pi = \frac{E_2 - E_o}{E_o}100\% = \frac{\frac{1}{2}DA_2^2 - \frac{1}{2}DA_o^2}{\frac{1}{2}DA_o^2}100\% = \frac{A_2^2 - A_o^2}{A_o^2}100\% \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Pi = \frac{\left(\frac{A_o}{8}\right)^2 - A_o^2}{A_o^2}100\% = -\frac{63}{64}100\%$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η περίοδος του κύματος είναι:

$$2T = 0,8 \Rightarrow T = 0,4\,s$$

Από τη φάση του σημείου Κ παίρνουμε:

$$\varphi_K = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{3\pi}{2} = 2\pi\left(\frac{0,8}{0,4} - \frac{1}{\lambda}\right) \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{8}{4} - \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 0,8\,m$$

Όταν το σημείο Κ ξεκινάει να ταλαντώνεται η φάση του είναι μηδέν.

$$\varphi_K = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow 0 = 2\pi\left(\frac{t_2}{0,4} - \frac{1}{0,8}\right) \Rightarrow \frac{t_2}{0,4} - \frac{1}{0,8} = 0 \Rightarrow t_2 = 0,5\,s$$

Γ2. Η εξίσωση του αρμονικού κύματος είναι:

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow y = 0,3\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{x}{0,8}\right)$$

Γ3. Η φάση του σημείου Μ είναι:

$$\varphi_M = \frac{\varphi_O}{2} = \frac{4\pi}{2} = 2\pi\,rad$$

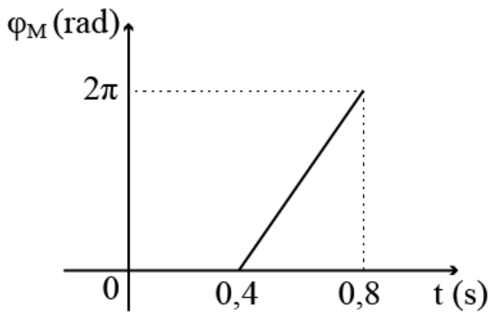
Η θέση του σημείου Μ είναι:

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} \Rightarrow 4\pi - 2\pi = 2\pi\frac{x_M - x_O}{0,8} \Rightarrow x_M = 0,8\,m$$

Η φάση του σημείου Μ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$$\varphi_M = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_M = 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{0,8}{0,8}\right) \Rightarrow \varphi_M = 5\pi t - 2\pi$$

Και το διάγραμμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Γ4. Υπολογίζουμε τα πλάτη των σημείων Ν και Ρ.

$$A_N = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = \left|2\cdot 0{,}3\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi 48{,}2}{0{,}8}\right| = \left|0{,}6\sigma\upsilon\nu 120{,}5\pi\right| = \left|0{,}6\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2}\right| = 0$$

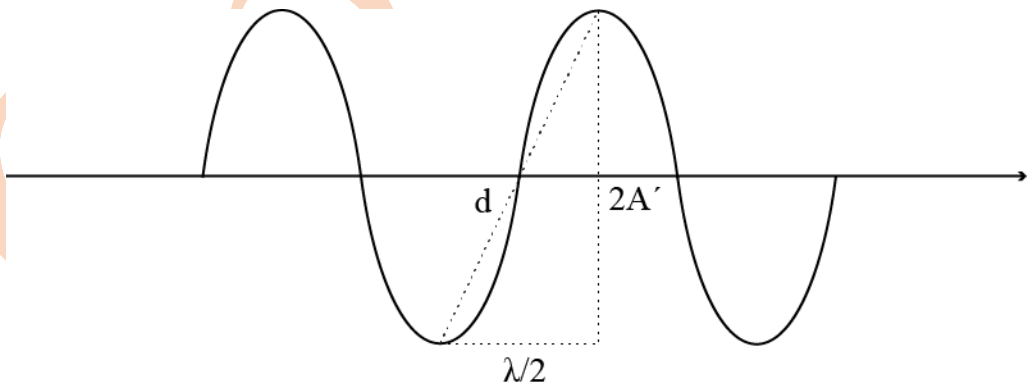
$$A_P = \left|2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\right| = \left|2\cdot 0{,}3\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi 49{,}6}{0{,}8}\right| = \left|0{,}6\sigma\upsilon\nu 124\pi\right| = 0{,}6\,\text{m}$$

Άρα το σημείο Ν είναι δεσμός και το σημείο Ρ κοιλία.

Υπολογίζουμε τα μήκη κύματος που θα σχεδιάσουμε μεταξύ των σημείων Ν και Ρ.

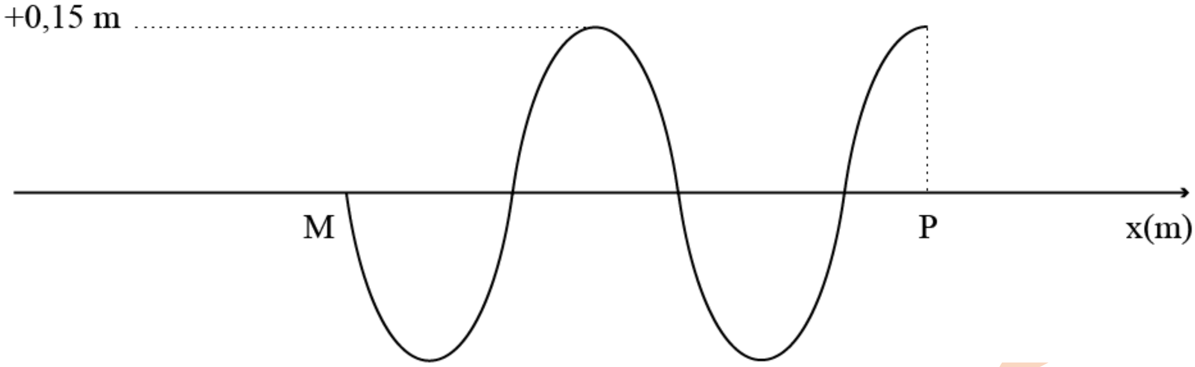
$$N_{\mu.\kappa.} = \frac{x_P - x_N}{\lambda} = \frac{49{,}6 - 48{,}2}{0{,}8} = 1{,}75\,\mu.\kappa.$$

Υπολογίζουμε την απομάκρυνση κάθε κοιλίας.



$$d^2 = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 + (2A')^2 \Rightarrow 0{,}5^2 = 0{,}4^2 + 4A'^2 \Rightarrow A' = \sqrt{\frac{0{,}09}{4}} = 0{,}15\,\text{m}$$

Και το στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος είναι:



Η κοιλία στο σημείο Ρ είναι σε συμφωνία φάσης $\left(\frac{49,6}{0,8} = 62\,\mu.\kappa.\right)$ με την κοιλία στο σημείο Ο και επομένως έχει θετική απομάκρυνση.

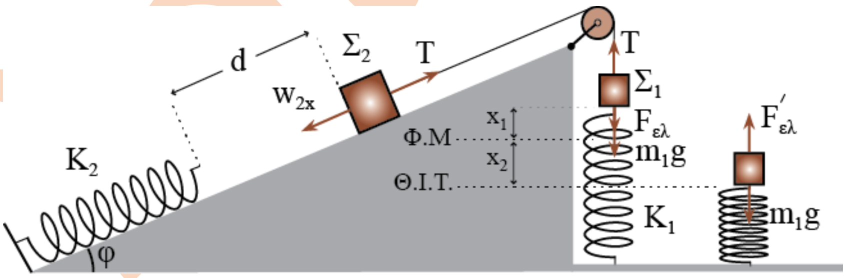
ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1.

Από την ισορροπία στα δυο σώματα πριν κόψουμε το νήμα παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T - w_{2x} = 0 \Rightarrow T = w_{2x} \Rightarrow T = m_2 g \eta\mu\varphi = 3 \cdot 10 \frac{1}{2} = 15\ \text{N}$$

$$\Sigma F' = 0 \Rightarrow T - w_1 - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow T - m_1 g - K_1 x_1 = 0 \Rightarrow 15 - 1 \cdot 10 - 100 x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 0,05\ \text{m}$$



Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του Σ_1 ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' - w_1 = 0 \Rightarrow K_1 x_2 = m_1 g \Rightarrow 100 x_2 = 1 \cdot 10 \Rightarrow x_2 = 0,1\ \text{m}$$

Και το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 είναι:

$$A = x_1 + x_2 = 0,15\ \text{m}$$

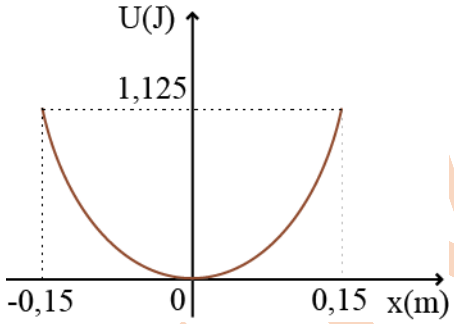
Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$E = \frac{1}{2}K_1A^2 = \frac{1}{2}100 \cdot 0,15^2 = 1,125\,J$$

Η δυναμική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση είναι:

$$U = \frac{1}{2}K_1x^2 = \frac{1}{2}100 \cdot x^2 = 50 \cdot x^2$$

Το διάγραμμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δ2. Υπολογίζουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης.

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \xrightarrow{t=0} A = A\eta\mu\varphi \Rightarrow \eta\mu\varphi = 1 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} \varphi = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{2} \\ \varphi = 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{\pi}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{\kappa=0} \varphi = \frac{\pi}{2}\,rad$$

Υπολογίζουμε την γωνιακή συχνότητα και την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ_1.

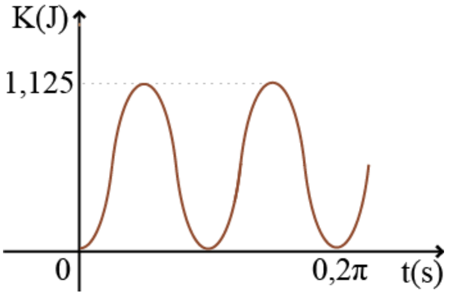
$$K_1 = m_1\omega^2 \Rightarrow 100 = 1\omega^2 \Rightarrow \omega = 10\,rad/s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,2\pi\,s$$

Η κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω σχέση.

$$K = E\sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \varphi) \Rightarrow K = 1,125\sigma\upsilon\nu^2(10t + \frac{\pi}{2})$$

Και το διάγραμμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δ3. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από τη χρονική στιγμή t_o=0 μέχρι τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_W + W_{\varepsilon\lambda} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow m_2 g\eta\mu\varphi\cdot(d + x_{max}) - \frac{1}{2}K_2 x_{max}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot 10\frac{1}{2}(0,4 + x_{max}) = \frac{1}{2}150x_{max}^2 \Rightarrow 5x_{max}^2 - x_{max} - 0,4 = 0$$

Λύνοντας την παραπάνω δευτεροβάθμια εξίσωση παίρνουμε:

$$x_{max} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4\cdot 5(-0,4)}}{10} \Rightarrow x_{max} = \frac{1\pm 3}{10} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x_{max} = 0,4\,m \\ x_{max} = -0,2\,m \end{array} \right.$$

Άρα x_{max}=0,4 m

Δ4. Υπολογίζουμε το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει το σώμα στο ελατήριο.

$$\Sigma F = m_2\alpha \Rightarrow w_{2x} = m_2\alpha \Rightarrow m_2 g\cdot\eta\mu\varphi = m_2\alpha \Rightarrow \alpha = g\cdot\eta\mu\varphi = 10\frac{1}{2} = 5\ m/s^2.$$

$$d = \frac{1}{2}\alpha t'^2 \Rightarrow 0,4 = \frac{1}{2}5t'^2 \Rightarrow t'^2 = \sqrt{0,16} \Rightarrow t' = 0,4\,s$$

Η χρονική στιγμή t_1 είναι:

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{0,2\pi}{4} = 0,05\pi = 0,157\,s$$

Αφού $t_1 < t'$, τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ_2 δεν έχει φτάσει ακόμη στο ελατήριο.
Η ταχύτητά του είναι:

$$\upsilon = \alpha t_1 = 5\cdot 0,05\pi = 0,25\pi\,m/s$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας είναι:

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma F\cdot\upsilon = m_2 g\eta\mu\varphi\cdot\upsilon = 3\cdot 10\frac{1}{2}0,25\pi = 3,75\pi\,J/s$$