

ΦΥΣΙΚΗ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
2011
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Στις ημιτελείς προτάσεις **A1–A4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

- A1.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση, όπου η δύναμη που αντιτίθεται στη κίνηση είναι της μορφής $F_{\text{αντ}} = -bv$, όπου b θετική σταθερά και v η ταχύτητα του ταλαντωτή,
- α.** όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης, η περίοδος μειώνεται.
 - β.** το πλάτος διατηρείται σταθερό.
 - γ.** η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται.
 - δ.** η ενέργεια ταλάντωσης διατηρείται σταθερή.

Μονάδες 5

- A2.** Σε αρμονικό ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με ταχύτητα \vec{v} , το διάνυσμα έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι \vec{E} και το διάνυσμα έντασης του μαγνητικού πεδίου \vec{B} είναι. Θα ισχύει:

- α.** $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{B} \parallel \vec{v}$
- β.** $\vec{E} \perp \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{B} \perp \vec{v}$
- γ.** $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{B} \perp \vec{v}$
- δ.** $\vec{E} \parallel \vec{B}$, $\vec{E} \parallel \vec{v}$, $\vec{B} \parallel \vec{v}$

Μονάδες 5

- A3.** Μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει πλάγια στη διαχωριστική επιφάνεια γυαλιού και αέρα προερχόμενη από το γυαλί. Κατά ένα μέρος ανακλάται και κατά ένα μέρος διαθλάται. Τότε:

- α.** η γωνία ανάκλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
- β.** το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα μειώνεται.
- γ.** η γωνία διάθλασης είναι μεγαλύτερη από τη γωνία πρόσπτωσης.
- δ.** η προσπίπτουσα, η διαθλώμενη και η ανακλώμενη ακτίνα δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

Μονάδες 5

- A4.** Μία ηχητική πηγή πλησιάζει με σταθερή ταχύτητα προς έναν ακίνητο παρατηρητή και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s και μήκους κύματος λ . Τότε ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο

- α.** με συχνότητα μικρότερη της f_s .
- β.** με συχνότητα ίση με την f_s .
- γ.** με μήκος κύματος μικρότερο του λ .
- δ.** με μήκος κύματος ίσο με το λ .

Μονάδες 5

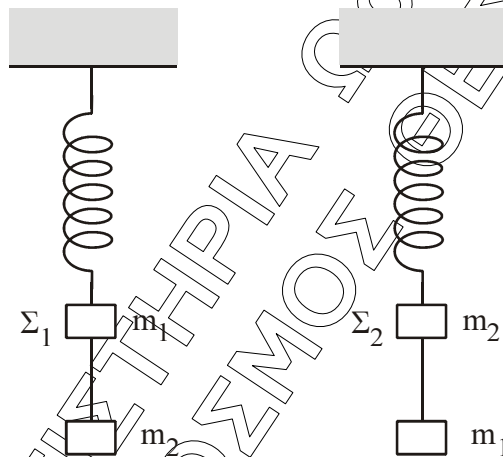
A5. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.

- α.** Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται τόσο στα στερεά, όσο και στα υγρά και τα αέρια.
- β.** Στις ηλεκτρικές ταλαντώσεις το φορτίο του πυκνωτή παραμένει σταθερό.
- γ.** Ορισμένοι ραδιενεργοί πυρήνες εκπέμπουν ακτίνες γ .
- δ.** Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.
- ε.** Στα στάσιμα κύματα μεταφέρεται ενέργεια από το ένα σημείο του μέσου στο άλλο.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1. Δύο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δύο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα.



Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 , τότε:

α. $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1}$ **β.** $\frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$ **γ.** $\frac{E_1}{E_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

B2. Ηχητική πηγή εκπέμπει ήχο σταθερής συχνότητας f . Με μια δεύτερη ηχητική πηγή δημιουργούμε ταυτόχρονα ήχο, τη συχνότητα του οποίου μεταβάλλουμε. Σε αυτήν τη διαδικασία δημιουργούνται διακροτήματα ίδιας συχνότητας για δύο διαφορετικές συχνότητες f_1, f_2 της δεύτερης πηγής.

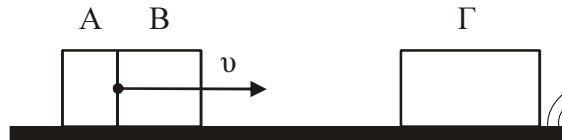
Η τιμή της f είναι:

α. $\frac{f_1 + f_2}{2}$ **β.** $\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$ **γ.** $\frac{f_2 - f_1}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 6)

Μονάδες 8

- B3.** Δύο σώματα, το A με μάζα m_1 και το B με μάζα m_2 , είναι διαρκώς σε επαφή και κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την ίδια ταχύτητα v . Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά με σώμα Γ μάζας $4m_1$, το οποίο αρχικά είναι ακίνητο.



Μετά την κρούση το A σταματά, ενώ το B κολλάει στο Γ και το σύστημα αυτό κινείται με ταχύτητα $v/3$. Τότε θα ισχύει:

α. $\frac{m_1}{m_2} = 2$

β. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$

γ. $\frac{m_1}{m_2} = 1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (μονάδες 2)
Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας (μονάδες 7)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Γ

Στην επιφάνεια ενός υγρού που ηρεμεί, βρίσκονται δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 , που δημιουργούν στην επιφάνεια του υγρού εγκάρσια αρμονικά κύματα ίσου πλάτους. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ξεκινώντας από τη θέση ισορροπίας τους και κινούμενες προς την ίδια κατεύθυνση, την οποία θεωρούμε θετική. Η χρονική εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου M, που βρίσκεται στη μεσοκάθετο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$, μετά τη συμβολή των κυμάτων δίνεται στο SI από τη σχέση:

$$y_M = 0,2 \eta\mu 2\pi(5t - 10)$$

Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων στην επιφάνεια του υγρού είναι $v = 2$ m/s. Έστω O το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ και $d = 1$ m η απόσταση μεταξύ των πηγών.

Να βρείτε:

- Γ1. Την απόσταση $M\Pi_1$.

Μονάδες 5

- Γ2. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων των σημείων O και M.

Μονάδες 6

- Γ3. Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.

Μονάδες 7

- Γ4. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σημείου M σε συνάρτηση με τον χρόνο t για $0 \leq t \leq 2,5$ s.

Να χρησιμοποιήσετε το μιλιμετρέ χαρτί στο τέλος του τετραδίου.

Μονάδες 7

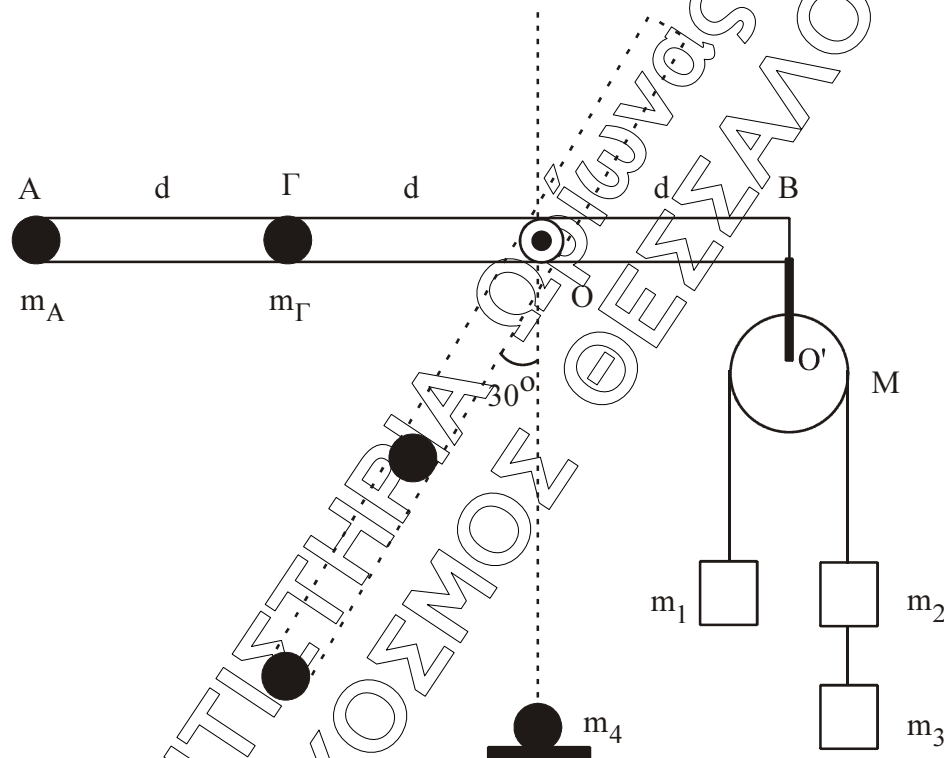
ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους $3d$ ($d = 1 \text{ m}$) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το O . Στο άκρο A που βρίσκεται σε απόσταση $2d$ από το O υπάρχει σημειακή μάζα $m_A = 1 \text{ kg}$ και στο σημείο Γ , που βρίσκεται σε απόσταση d από το O έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_\Gamma = 6 \text{ kg}$. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο B , είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας $M = 4 \text{ kg}$ από την οποία κρέμονται οι μάζες $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα O' .

Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το $O'B$, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο B .



Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα $m_4 = 5 \text{ kg}$.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου A αμέσως μετά τη κρούση.

Μονάδες 6

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο B , κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m .

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m , ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Μονάδες 8

Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\eta_{30^\circ} = 1/2$, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I = MR^2/2$.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. γ

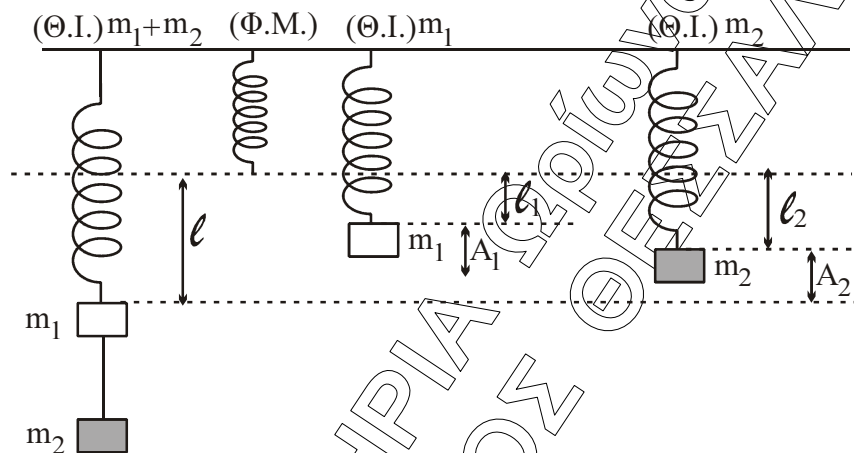
A2. β

A3. γ

A4. γ

A5. α: Σ, β: Λ, γ: Σ, δ: Λ, ε: Λ

ΘΕΜΑ Β



B1. Θ.Ι. $(m_1 + m_2) : (m_1 + m_2)g = Kl \Rightarrow l = \frac{(m_1 + m_2)g}{K}$

Θ.Ι. $(m_1) : m_1g = Kl_1 \Rightarrow l_1 = \frac{m_1g}{K}$

$A_1 = l - l_1 = \frac{m_2g}{K}$ Ομοίως για m_2

$A_2 = l - l_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{K} - \frac{m_2g}{K} = \frac{m_1g}{K}$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{1}{2}KA_1^2}{\frac{1}{2}KA_2^2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{\frac{m_2^2g^2}{K^2}}{\frac{m_1^2g^2}{K^2}} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η β.

B2.

$$\left. \begin{aligned} f_\delta &= |f - f_1| \\ f_\delta &= |f - f_2| \end{aligned} \right\} \Rightarrow f - f_1 = f - f_2 \Rightarrow f_1 = f_2 \text{ (άτοπο)}$$

ή

$$f - f_1 = -(f - f_2) \Rightarrow f - f_1 = f_2 - f \Rightarrow 2f = f_2 + f_1 \Rightarrow f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α.

B3. Α.Δ.Ο.

$$(m_1 + m_2)v + 0 = 0 + (m_2 + 4m_1)\frac{v}{3} \Leftrightarrow$$

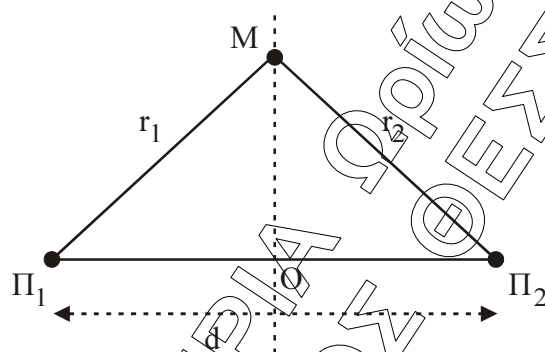
$$m_1 v + m_2 v = m_2 \frac{v}{3} + 4m_1 \frac{v}{3} \Leftrightarrow$$

$$m_1 v - \frac{4}{3}m_1 v = m_2 \frac{v}{3} - m_2 v \Leftrightarrow$$

$$m_1 = 2m_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Οπότε η σωστή απάντηση είναι η α..

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. $y_M = 0,2 \eta\mu 2\pi(5t - 10)$ (1)

$$v = 2 \text{ m/s}$$

$$(\Pi_1 \Pi_2) = d = 1 \text{ m}$$

$$r_1 = r_2 = r \text{ (Μ σημείο της μεσοκαθέτου)}$$

Η εξίσωση απομάκρυνσης της συμβολής είναι:

$$y = 2A \sin 2\pi \left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda} \right) \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right).$$

Αντιστοιχίζοντας με την (1), έχω:

$$\frac{t}{T} = 5t \Rightarrow \frac{1}{T} = 5 \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ sec.}$$

$$\text{Άρα } f = 5 \text{ Hz.}$$

Από τη ταχύτητα διάδοσης κύματος έχω:

$$v = \lambda f \Rightarrow 2 = \lambda \cdot 5 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{5} \Rightarrow \lambda = 0,4 \text{ m.}$$

$$\text{Επίσης ισχύει: } \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} = 10 \Rightarrow \frac{2r}{2\lambda} = 10 \Rightarrow \frac{r}{\lambda} = 10 \Rightarrow r = 10 \cdot \lambda = 0,4 \cdot 10 \Rightarrow r = 4 \text{ m.}$$

$$\text{Άρα } r_1 = 4 \text{ m.}$$

Γ2. Η φάση Μ είναι:

$$\varphi_M = 2\pi(5t - 10)$$

$$O\Pi_1 = O\Pi_2 = 0,5 \text{ m.}$$

$$O\Pi_1 + O\Pi_2 = 1 \text{ m.}$$

Άρα η φάση του Ο είναι:

$$\varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{(O\Pi_1 + O\Pi_2)}{2\lambda}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{1}{0,8}\right) \Rightarrow \varphi_o = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right)$$

$$\text{Άρα: } \Delta\varphi = \varphi_o - \varphi_M = 2\pi\left(5t - \frac{5}{4}\right) - 2\pi(5t - 10) = 10\pi t - \frac{5\pi}{2} - 10\pi t + 20\pi \Rightarrow$$

$$\Delta\varphi = 20\pi - 2,5\pi \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5\pi \text{ rad.}$$

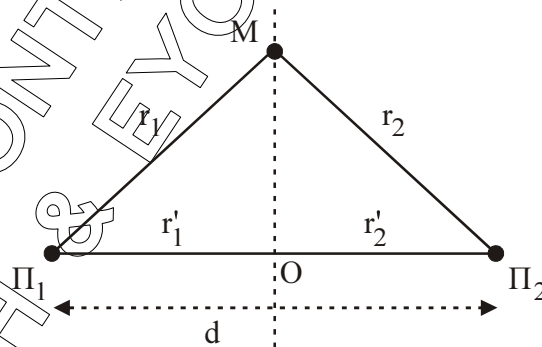
β τρόπος

Οι χρονικές στιγμές άφιξης των δύο κυμάτων στα σημεία Ο, Μ υπολογίζονται ως εξής:

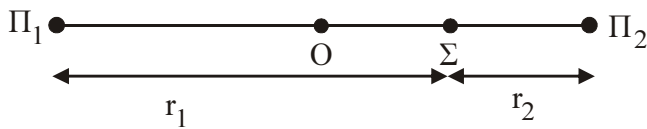
$$v = \frac{x}{t} \Rightarrow t = \frac{x}{v} \begin{cases} \nearrow t_0 = \frac{r_1}{v} \Rightarrow t_0 = \frac{4}{2} \Rightarrow t_0 = 2 \text{ sec} \\ \searrow t_M = \frac{r'_1}{v} \Rightarrow t_M = \frac{0,5}{2} \Rightarrow t_M = 0,25 \text{ sec} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot (t_0 - t_M) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{0,2} \cdot (2 - 0,25) \Rightarrow \Delta\varphi = 17,5 \text{ rad}$$



Γ3. Έστω Σ σημείο ενισχυτικής συμβολής



Για να έχουμε ενισχυτική συμβολή θα πρέπει:

$$\left. \begin{array}{l} r_1 - r_2 = N\lambda \\ r_1 + r_2 = d \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2r_1 = N\lambda + d \\ r_1 = \frac{N\lambda}{2} + \frac{d}{2} \Rightarrow r_1 = 0,2N + 0,5 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{όμως } 0 < r_1 < 1 &\Rightarrow 0 < 0,2N + 0,5 < 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -0,5 < 0,2N < 0,5 \Rightarrow -2,5 < N < 2,5 \end{aligned}$$

άρα το N μπορεί να πάρει τις ακέραιες τιμές

N: -2, -1, 0, 1, 2.

Έχω πέντε σημεία ενισχυτικής συμβολής.

Γ4. Τα κύματα από τις πηγές Π₁, Π₂ φτάνουν στο Μ σε χρόνο:

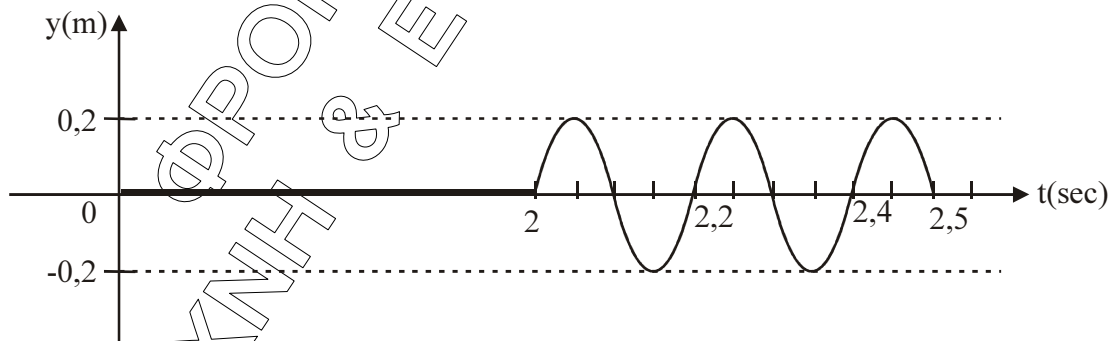
$$t = \frac{r}{v} = \frac{4}{2} = 2 \text{ sec.}$$

Για την περίοδο έχουμε:

$$T = 0,2 \text{ sec}$$

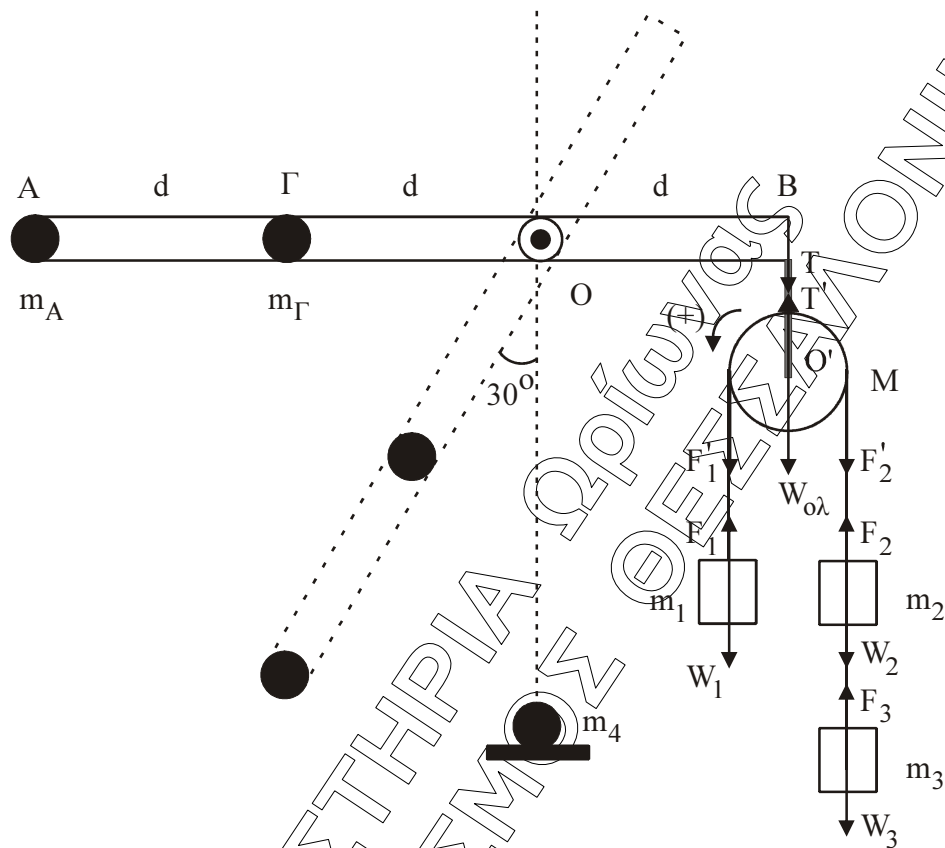
άρα ο αριθμός ταλαντώσεων:

$$N = \frac{2,5 - 2}{0,2} \Leftrightarrow N = \frac{0,5}{0,2} \Leftrightarrow N = 2,5 \text{ ταλαντώσεις.}$$



ΘΕΜΑ Δ

- Δ1. Στο σημείο B ασκείται δύναμη τάσης T ίση με το συνολικό βάρος του συστήματος τροχαλίας - m_1, m_2, m_3 αφού το σύστημα ισορροπεί.



$$L = 3d \Rightarrow L = 3m$$

$$m_A = 1 \text{ Kg} \quad m_1 = 2 \text{ Kg}$$

$$m_Γ = 6 \text{ Kg} \quad m_2 = m_3 = 1 \text{ Kg}$$

$$M = 4 \text{ Kg}$$

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\Sigma \tau = m_A \cdot g \cdot 2d + m_Γ \cdot g \cdot d - (M + m_1 + 2m_2) \cdot g \cdot d$$

$$\Sigma \tau = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 80 \cdot 1$$

$$\Sigma \tau = 80 - 80 \Rightarrow \Sigma \tau = 0$$

Άρα η ράβδος δεν περιστρέφεται και ισορροπεί.

Πιο αναλυτική λύση:

Στην τροχαλία έχουμε:

$$F_1 = W_1$$

$$F_1' = F_1 \text{ (αβαρή σχοινιά)}$$

$$F_3 = w_3$$

$$F_2 = w_2 + w_3$$

$$F_2 = F_2' \text{ (αβαρή σχοινιά)}$$

$$\text{Άρα: } \tau_{F_1'} = \tau_{w_1} \text{ και } \tau_{F_2'} = \tau_{w_{2,3}}$$

Για την τροχαλία ισχύει:

$$\Sigma_{\tau_{(O)}} = \tau_{F_1'} - \tau_{F_2'} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = \tau_{w_1} - \tau_{w_{2,3}} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = m_1 g R - (m_2 + m_3) g R \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma_{\tau_{(O)}} &= m_1 g R - 2m_2 g R \\ \text{Όμως } m_1 &= 2m_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = m_1 g R - m_1 g R \Rightarrow \Sigma_{\tau_{(O)}} = 0.$$

Άρα η τροχαλία ισορροπεί.

Στην οριζόντια θέση ισχύει:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} &= \tau_{w_A} + \tau_{w_{\Gamma}} - (\tau_{w_1} + \tau_{w_{2,3}} + \tau_{w_{\text{τροχ.}}}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = m_A g 2d + m_{\Gamma} g d - (m_1 g (d - R) + (m_2 + m_3) g (d + R) + M g d) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = m_A g 2d + m_{\Gamma} g d - (m_1 g d - m_1 g R + 2m_2 g d + 2m_3 g R + M g d) \end{aligned}$$

Όμως $m_1 = 2m_2$, οπότε:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} &= m_A g 2d + m_{\Gamma} g d - (m_1 g d - m_1 g R + 2m_2 g d + m_1 g R + M g d) = \\ &= m_A g 2d + m_{\Gamma} g d - m_1 g d - 2m_2 g d - M g d \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = 10 \cdot 2 + 60 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 2 \cdot 10 \cdot 1 - 4 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow \Sigma_{\tau_{\text{ολικό } O}} = 0. \end{aligned}$$

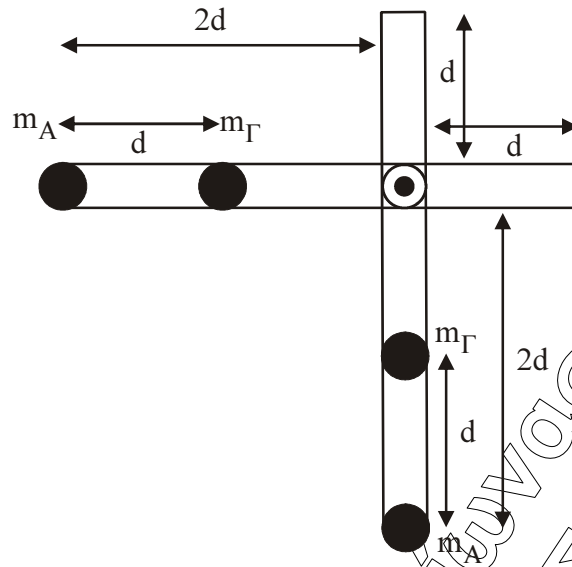
Δ2. Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση:

$$\begin{aligned} \Sigma_{\tau} &= I_{\text{ολ.}} \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \tau_{w_A} + \tau_{w_{\Gamma}} = I_{\text{ολ.}} \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow m_A g \cdot \eta\mu 30 \cdot 2d + m_{\Gamma} g \cdot \eta\mu 30 \cdot d = \\ &= \left[m_A \cdot (2d)^2 + m_{\Gamma} \cdot d^2 \right] \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = [1 \cdot 4 + 6 \cdot 1] \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 + 30 = 10 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow 40 = 10 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu} = 4 \text{ rad/sec}^2. \end{aligned}$$

Δ3. Αρχικά εφαρμόζω Α.Δ.Μ.Ε. για το σύστημα ράβδου $-m_A - m_{\Gamma}$ ανάμεσα στην οριζόντια θέση και στην κατακόρυφη:

$$\begin{aligned} K_{\text{αρχ.}} + U_{\text{Ολ.αρχ.}} &= K_{\text{τελ.}} + U_{\text{Ολ.τελ.}} \Rightarrow m_A \cdot g \cdot 2d + m_{\Gamma} \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2} I_{\text{ολ.}} \cdot \omega^2 + m_{\Gamma} \cdot g \cdot d \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \omega^2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 \Rightarrow 20 + 60 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow 80 = 5 \cdot \omega^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4 \text{ rad/sec}. \end{aligned}$$

Σημείωση: Επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας παίρνουμε την κατώτερη θέση του m_A (κάτακόρυφη).



Στη συνέχεια εφαρμόζουμε Αρχή διατήρησης στροφορής για το σύστημα ράβδου - m_A - m_G - m_4

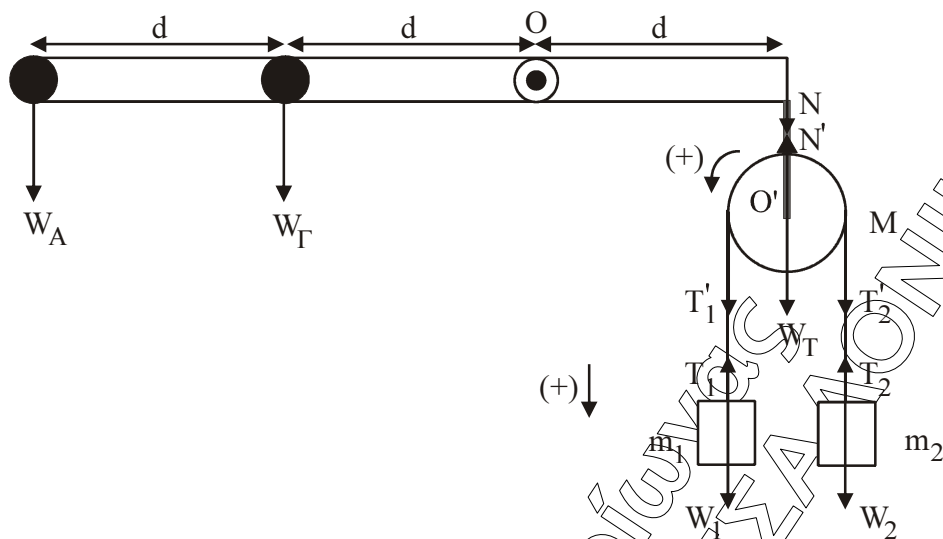
$$L_{\text{ολ.αρχ.}} = L_{\text{ολ.τελ.}} \Rightarrow I_{\text{ολ.}} \cdot \omega = I'_{\text{ολ.}} \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_{\text{ολ.}} \cdot \omega = [I_{\text{ολ.}} + m_4(2d)^2] \omega' \Rightarrow$$

$$10 \cdot 4 = [10 + 5 \cdot 4] \omega' \Rightarrow 40 = 30 \omega' \Rightarrow \omega = \frac{4}{3} \text{ rad/sec}$$

$$\text{Άρα } U_A = \omega' \cdot (2d) \Rightarrow U_A = \frac{4}{3} \cdot 2 \Rightarrow U_A = \frac{8}{3} \text{ m/sec.}$$

Δ4.



$$m_1 : \Sigma F = m_1 \alpha_{cm} \Rightarrow m_1 g - T_1 = m_1 \alpha_{cm} \Rightarrow T_1 = m_1 g - m_1 \alpha_{cm} \quad (1)$$

$$m_2 : \Sigma F = m_2 \alpha_{cm} \Rightarrow T_2 - m_2 g = m_2 \alpha_{cm} \Rightarrow T_2 = m_2 g + m_2 \alpha_{cm} \quad (2)$$

Τροχαλία:

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_{τροχ.} \cdot \alpha_{γωv.} \Rightarrow T_1' \cdot R - T_2' \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow (T_1 = T_1', T_2 = T_2' \text{ αβαρή σχοινιά})$$

$$\Rightarrow T_1 \cdot R - T_2 \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{cm} \quad (3) \Rightarrow$$

Αντικαθιστώντας (1) και (2) στην (3) \Rightarrow

$$m_1 \cdot g - m_1 \cdot \alpha_{cm} - m_2 \cdot g - m_2 \cdot \alpha_{cm} = \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (m_1 - m_2) g = \left(\frac{1}{2} M + m_1 + m_2 \right) \alpha_{cm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(m_1 - m_2) g}{\frac{1}{2} M + m_1 + m_2} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{(2-1)10}{\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{10}{5} \Rightarrow \alpha_{cm} = 2 \text{ m/sec}^2.$$

$$\text{άρα η (1)} \Rightarrow T_1 = 2 \cdot 10 - 2 \cdot 2 \Rightarrow T_1 = 16 \text{ N.}$$

$$\text{και η (2)} \Rightarrow T_2 = 1 \cdot 10 + 1 \cdot 2 \Leftrightarrow T_2 = 12 \text{ N.}$$

Επειδή η τροχαλία είναι ακίνητη μεταφορικά έχω:

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$$

$$N' - T_1' - T_2' - W_T = 0 \Leftrightarrow$$

$$N' = T_1 + T_2 + W_T \Leftrightarrow$$

$$N' = 16 + 12 + 4 \cdot 10 \Leftrightarrow$$

$$N' = 68 \text{ N} \text{ όμως } N = N' = 68 \text{ N.}$$

Για να ισορροπεί το σύστημα ράβδος – m_A – m_B πρέπει:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\tau_w + \tau_{w_T} - \tau_N = 0 \Leftrightarrow$$

$$m \cdot g \cdot 2d + m_T \cdot g \cdot d - N \cdot d = 0 \Leftrightarrow$$

$$m \cdot 10 \cdot 2 + 6 \cdot 10 \cdot 1 - 68 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$m = \frac{8}{20} \Leftrightarrow m = 0,4 \text{ Kg.}$$

ΠΟΛΙΧΝΗ & ΕΥΘΥΣΜΟΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΩΡΙΩΝΑΣ