<u>ΦΥΣΙΚΗ</u>

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2014

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Θέμα Α

Στις ερωτήσεις **Α1-Α4** *να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και, δίπλα, το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία συμπληρώνει σωστά την ημιτελή πρόταση.*

Α1. Τα μήκη κύματος τεσσάρων ηλεκτρομαγνητικών ακτινοβολιών που διαδίδονται στο κενό συμβολίζονται ως: υπέρυθρο: λ_υ, ραδιοκύματα: λ_ρ, πράσινο ορατό φως: λ_π, ακτίνες Χ: λ_χ. Η σχέση μεταξύ των μηκών είναι:

α) $\lambda_\chi > \lambda_\rho > \lambda_\upsilon > \lambda_\pi$
β) $\lambda_\rho > \lambda_\pi > \lambda_\upsilon > \lambda_\chi$
γ) $\lambda_\rho > \lambda_\upsilon > \lambda_\pi > \lambda_\chi$
δ) $\lambda_\upsilon > \lambda_\chi > \lambda_\rho > \lambda_\pi$

Μονάδες 5

Α2. Η ταχύτητα ενός ηχητικού κύματος εξαρτάται από:

α) την περίοδο του ήχου
β) το υλικό στο οποίο διαδίδεται το κύμα
γ) το μήκος κύματος
δ) το πλάτος του κύματος.

Μονάδες 5

Α3. Σε ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα ασκούνται ομοεπίπεδες δυνάμεις έτσι ώστε αυτό να εκτελεί μόνο επιταχυνόμενη μεταφορική κίνηση. Για τη συνισταμένη των δυνάμεων $\Sigma\vec{F}$ που του ασκούνται και για το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών $\Sigma\tau$ ως προς οποιοδήποτε σημείο του, ισχύει:

α) $\Sigma\vec{F} = 0$, $\Sigma\tau = 0$
β) $\Sigma\vec{F} \neq 0$, $\Sigma\tau \neq 0$
γ) $\Sigma\vec{F} \neq 0$, $\Sigma\tau = 0$
δ) $\Sigma\vec{F} = 0$, $\Sigma\tau \neq 0$

Μονάδες 5

Α4. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με F. Το πηλίκο $\dfrac{F}{m}$:

α) παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
β) μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
γ) αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
δ) γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.

Μονάδες 5

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Κριτήριο για τη διάκριση των μηχανικών κυμάτων σε εγκάρσια και διαμήκη είναι η διεύθυνση ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου σε σχέση με την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

β) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η ενέργεια που προσφέρεται στο σύστημα αντισταθμίζει τις απώλειες και έτσι το πλάτος της ταλάντωσης διατηρείται σταθερό.

γ) Κατά τη διάδοση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο κενό, το πηλίκο των μέτρων των εντάσεων του μαγνητικού και του ηλεκτρικού πεδίου ισούται με την ταχύτητα του φωτός $\left(\frac{B}{E}=c\right)$.

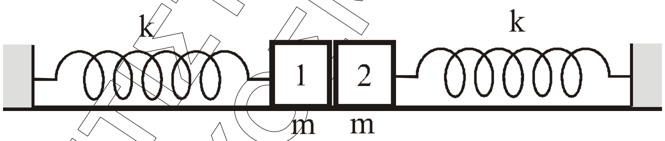
δ) Η συχνότητα μονοχρωματικής ακτινοβολίας μειώνεται, όταν η ακτινοβολία περνά από τον αέρα σε ένα διαφανές μέσο.

ε) Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.

Μονάδες 5

Θέμα Β

Β1. Δύο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δύο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος ℓ_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.



Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$. Αν A_1 το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν τη κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος $\frac{A_1}{A_2}$ είναι:

i) 1 **ii)** $\frac{1}{2}$ **iii)** 2

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β2. Κατά τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με $f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_\Delta = 2$ s. Αν στη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις, οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

i) $f_1 = 200{,}5$ Hz, $f_2 = 200$ Hz
ii) $f_1 = 100{,}25$ Hz, $f_2 = 99{,}75$ Hz
iii) $f_1 = 50{,}2$ Hz, $f_2 = 49{,}7$ Hz

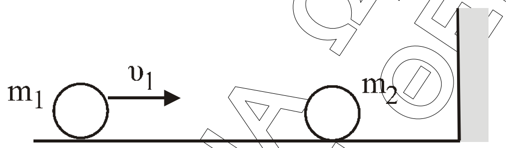
α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

Β3. Σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε διεύθυνση κάθετη σε κατακόρυφο τοίχο κινείται σφαίρα μάζας m_1 με ταχύτητα μέτρου υ_1. Κάποια χρονική στιγμή η σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2 ($m_2 > m_1$). Μετά την κρούση με τη μάζα m_1, η m_2 συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο.



Παρατηρούμε ότι η απόσταση των μαζών m_1 και m_2, μετά την κρούση της m_2 με τον τοίχο, παραμένει σταθερή. Ο λόγος των μαζών $\frac{m_1}{m_2}$ είναι:

i) 3 **ii)** 1 iii) $\frac{1}{3}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

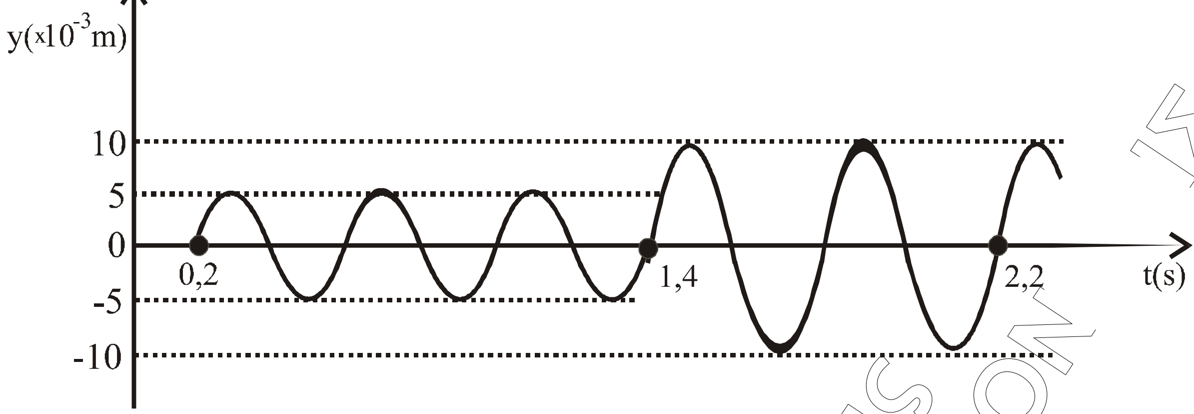
Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

Θέμα Γ

Δύο σύγχρονες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού εγκάρσια κύματα που διαδίδονται με ταχύτητα $\upsilon = 5$ m/s. Μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας πλησιέστερα στην πηγή Π_2. Η απομάκρυνση του σημείου Σ από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο περιγράφεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ και εκτελούν ταλαντώσεις της μορφής $y = A \cdot \eta\mu\,\omega t$.



Γ1. Να βρείτε τις αποστάσεις r_1 και r_2 του σημείου Σ από τις πηγές $Π_1$ και $Π_2$, αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Γ2. Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο, για $t \geq 0$.

Μονάδες 6

Γ3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του φελλού κάποια χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y_1 = 5\sqrt{3} \cdot 10^{-3}$ m;

Μονάδες 6

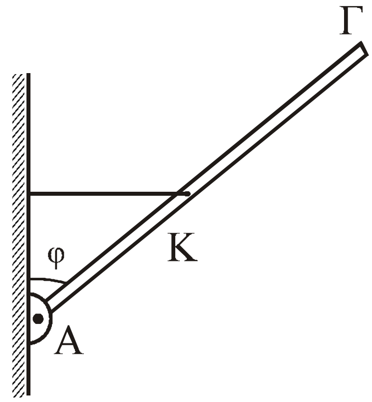
Γ4. Έστω K_1 η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού μετά τη συμβολή. Αλλάζουμε τη συχνότητα των ταλαντώσεων των πηγών $Π_1$ και $Π_2$ έτσι ώστε η συχνότητά τους να είναι ίση με τα $\frac{10}{9}$ της αρχικής τους συχνότητας. Αν μετά τη νέα συμβολή η μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού είναι K_2, να βρεθεί ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$.

Μονάδες 7

Δίνεται: $συν\left(\frac{π}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Θέμα Δ

Λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ = 2m και μάζας Μ = 5,6 kg ισορροπεί με τη βοήθεια οριζόντιου νήματος, μη εκτατού, που συνδέεται στο μέσο της, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο.



Δίνεται: ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8

Δ1. Να προσδιορίσετε τη δύναμη $\vec{F}$ που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Μονάδες 4

Μικρή ομογενής σφαίρα, μάζας m = 0,4 kg και ακτίνας $r = \frac{1}{70}$ m κυλίεται χωρίς ολίσθηση, έχοντας εκτοξευθεί κατά μήκος της ράβδου από το σημείο Κ προς το άκρο Γ.

Δ2. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση της σφαίρας κατά την κίνησή της από το Κ μέχρι το Γ.

Μονάδες 5

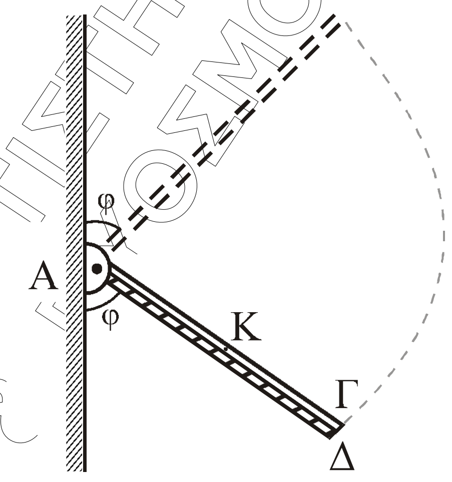
Δ3. Με δεδομένο ότι η σφαίρα φτάνει στο άκρο Γ, να βρείτε τη σχέση που περιγράφει την τάση του νήματος σε συνάρτηση με την απόσταση του σημείου επαφής της σφαίρας με τη ράβδο, από το σημείο Κ.

Μονάδες 5

Αφού η σφαίρα έχει εγκαταλείψει τη ράβδο, κόβουμε το νήμα. Η ράβδος στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Α, χωρίς τριβές.

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου στη θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο που διέρχεται από το άκρο Α, όπως στο παρακάτω σχήμα.

Μονάδες 6



Δεύτερη λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΔ, μήκους ℓ΄ = ℓ και μάζας Μ΄ = 3 Μ είναι αρθρωμένη και αυτή στο σημείο Α γύρω από τον ίδιο άξονα περιστροφής με την ράβδο ΑΓ. Η ράβδος ΑΔ συγκρατείται ακίνητη, με κατάλληλο μηχανισμό, σε θέση όπου σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι συγκρούονται και ταυτόχρονα ο μηχανισμός ελευθερώνει τη ράβδο ΑΔ, χωρίς απώλεια ενέργειας. Οι ράβδοι μετά την κρούση κινούνται σαν ένα σώμα, χωρίς τριβές. Ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος.

Δ5. Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

Μονάδες 5

Όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνονται:

- Η ροπή αδράνειας I_ρ λεπτής ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους ℓ, ως προς άξονα που διέρχεται από το ένα της άκρο και είναι κάθετος σε αυτή: $I_\rho = \frac{1}{3}M\ell^2$
- Η ροπή αδράνειας $I_{\sigma\varphi}$ ομογενούς σφαίρας μάζας m και ακτίνας r ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της: $I_{\sigma\varphi} = \frac{2}{5}mr^2$
- $g = 10\ m/s^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. → γ **Α2.** → β **Α3.** →β ή γ (σύμφωνα με οδηγία της Κεντρικής Επιτροπής Εξετάσεων γίνονται αποδεκτές, ως σωστές και οι δύο απαντήσεις)

Α4. → β

Α5. **α)** → Σ **β)** → Σ **γ)** → Λ **δ)** → Λ **ε)** → Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστή απάντηση είναι το (iii)

Ελατήριο- m_1

$$\upsilon_1 = \upsilon_{max} = \omega A_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot d \quad (1)$$

$\upsilon_2 = 0$.

Στην κρούση

$$\vec{P}_{ολ}(πριν) = \vec{P}_{ολ}(μετά) \Rightarrow m\upsilon_1 + 0 = 2mV_k \Rightarrow V_k = \frac{\upsilon_1}{2} \quad (2)$$

$$V_k = V_{max} = \omega A_2 = \sqrt{\frac{2k}{2m}} \cdot A_2 = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_2 \quad (3)$$

$$(2) \underset{(3)}{\overset{(1)}{\Rightarrow}} \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_2 = \frac{\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot A_1}{2} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 2.$$

Β2. Σωστή απάντηση είναι το (ii)

$$T_\delta = \frac{1}{f_1 - f_2} \Rightarrow f_1 - f_2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$N = \frac{T_\delta}{T} \Rightarrow T = \frac{T_\delta}{N} \Rightarrow T = \frac{1}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{2\pi}{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}} = \frac{1}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi}{2\pi(f_1 + f_2)} = \frac{1}{100} \Rightarrow f_1 + f_2 = 200 \quad (2)$$

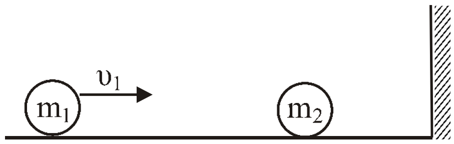
Από (1) και (2) $\Rightarrow 2f_1 = 200{,}5$

άρα $f_1 = 100{,}25$ Hz

και από (2) $f_2 = 99{,}75$ Hz

Σωστή απάντηση το (ii)

B3. Σωστή απάντηση είναι το (iii)



1η κρούση με ακίνητο το m_2

$$\upsilon_1{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot \upsilon_1 , \qquad m_2 > m_1,\ \acute{\alpha}\rho\alpha\ \upsilon_1' < 0$$

$$\text{και}\quad \upsilon_2{}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\cdot \upsilon_1$$

2η κρούση με τοίχο (σώμα πολύ μεγάλης μάζας)

$$\text{άρα}\quad \upsilon_2{}'' = -\upsilon'_2 = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2}\cdot \upsilon_1$$

πρέπει $\upsilon_1{}' = \upsilon_2{}''$ για να είναι σταθερή η απόσταση

$$\text{άρα}\quad \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\cdot \upsilon_1 = \frac{-2m_1}{m_1 + m_2}\cdot \upsilon_1$$

άρα $m_1 - m_2 = -2m_1$

$3m_1 = m_2$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}.$$

Σωστή η (iii)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $t_1 = 1{,}4\ s$ $\qquad r_1 = \upsilon t_1 = 5 \cdot 1{,}4 = 7m$

$t_2 = 0{,}2\ s$ $\qquad r_2 = \upsilon t_2 = 5 \cdot 0{,}2 = 1m$

Γ2. Ο φελλός ταλαντώνεται για 3T μέχρι να φτάσει το δεύτερο κύμα.

$\Delta t = 1{,}4 - 0{,}2 = 1{,}2\ s$

$$\Delta t = 3T \Rightarrow T = \frac{\Delta t}{3} = \frac{1,2}{3} = 0,4\ \ s$$

άρα $\lambda = \upsilon \cdot T = 5 \cdot 0{,}4 = 2m$

$A = 5 \cdot 10^{-3}\ m$ (από τη γραφική παράσταση)

για $t < 0{,}2$ $\quad y = 0$

για $0,2 \le t < 1,4$

$$y = 5\cdot 10^{-3}\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$y = 5\cdot 10^{-3}\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{1}{2}\right) = 5\cdot 10^{-3}\,\eta\mu 2\pi\left(2,5\ t - \frac{1}{2}\right) \quad \text{(SI)}$$

για $t \ge 1,4\ s$

$A' = 2A = 10^{-2}\ m$

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 10^{-2}\sigma\upsilon\nu 2\pi\left(\frac{7-1}{4}\right)\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{0,4} - \frac{1+7}{2\cdot 2}\right)$$

ή $y = 10^{-2}\sigma\upsilon\nu 3\pi\, \eta\mu 2\pi\left(2,5t - \frac{8}{4}\right)$

άρα $y = -10^{-2}\eta\mu 2\pi\left(2,5t - 2\right)$ (SI).

Γ3. Έχουμε $\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi$ rad/s και $A' = 10^{-2}$ m

Επειδή $y = 5\sqrt{3}\cdot 10^{-3} m > A$ ο φελλός ταλαντώνεται υπό την επίδραση και των δύο κυμάτων.

Από ΑΔΕΤ

$E = K + U$

$$\frac{1}{2}DA'^2 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}Dy^2 \Rightarrow m\omega^2 A'^2 = m\upsilon^2 + m\omega^2 y^2$$

$$\omega^2 A'^2 = \upsilon^2 + \omega^2 y^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \omega^2\left(A'^2 - y^2\right)$$

$$\Rightarrow \upsilon = \pm\omega\sqrt{A'^2 - y^2} = \pm 5\pi\sqrt{\left(10^{-2}\right)^2 - \left(5\left(3\cdot 10^{-3}\right)\right)^2}$$

$$= \pm 5\pi\sqrt{10^{-4} - 75\cdot 10^{-6}} = \pm 5\pi\sqrt{10^{-4} - 0,75\cdot 10^{-4}}$$

$$= \pm 5\pi\sqrt{0,25\cdot 10^{-4}} = \pm 5\pi\frac{1}{2}\cdot 10^{-2} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \upsilon = \pm 2,5\pi\cdot 10^{-2}$ m/s

Άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι

$|\upsilon| = 2,5\pi\cdot 10^{-2}$ m/s

Γ4. Η ταχύτητα εξαρτάται μόνο από το μέσο διάδοσης, άρα:

$\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ και

$$\left.\begin{aligned}\upsilon_1 &= \lambda_1\cdot f_1\\ \upsilon_2 &= \lambda_2\cdot f_2\end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda_1\cdot f_1 = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \lambda_1\cdot f_1 = \frac{10}{9}\cdot f_1\cdot\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{10}\cdot\lambda_1 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{9}{5}\, m.$$

$$A_2' = \left|2A\sigma\upsilon\nu\cdot\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{2\lambda_2}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\cdot\frac{\pi\cdot 6}{9/5}\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\cdot\frac{10\pi}{3}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_2' = \left|2A\sigma\upsilon\nu\cdot\left(\frac{9\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right)\right| = \left|2A\sigma\upsilon\nu\cdot\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right| = \left|-2A\sigma\upsilon\nu\cdot\frac{\pi}{3}\right| \Rightarrow A_2' = \left|-2A\cdot\frac{1}{2}\right| = A.$$

$$K_1 = \frac{1}{2}\cdot D\cdot(2A)^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot 4\pi^2 f_1^2\cdot 4A^2$$

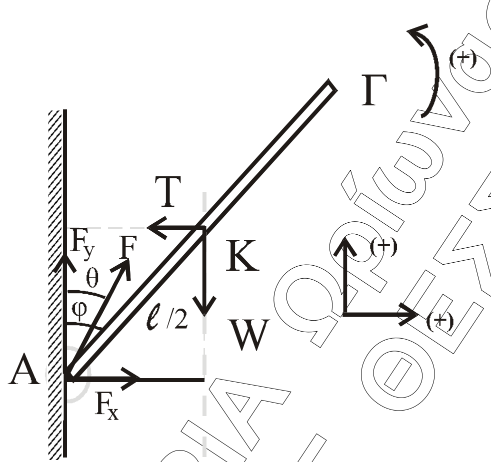
$$K_2 = \frac{1}{2}\cdot D'\cdot A_2'^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot(2\pi f_2)^2\cdot A'^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot 4\pi^2\cdot\frac{100}{81}\cdot f_1^2\cdot A'^2 =$$

$$=\frac{1}{2}\cdot m\cdot 4\pi^2\cdot\frac{100}{81}\cdot f_1^2\cdot A^2.$$

$$\text{Άρα: } \frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}\cdot m\cdot 4\pi^2\cdot f_1^2\cdot 4A^2}{\frac{1}{2}\cdot m\cdot 4\pi^2\cdot\frac{100}{81}\cdot f_1^2\cdot A^2}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=\frac{81}{100}\cdot 4=\frac{81}{25}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Ισορροπία ράβδου



- $\Sigma\tau_{(A)}=0\Rightarrow\tau_T-\tau_W=0\Rightarrow\tau_T=\tau_W\Rightarrow T\cdot d_1=w\cdot d_2$ (1)

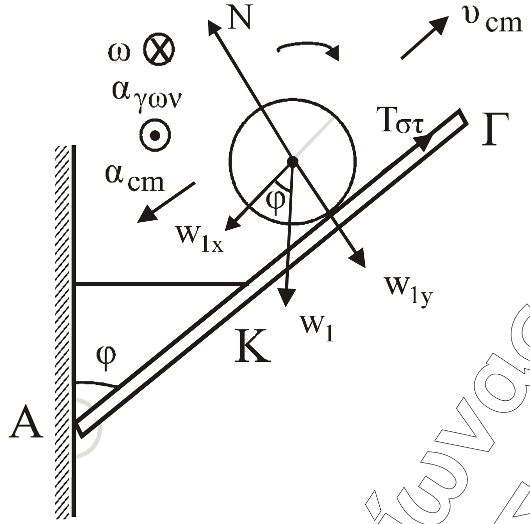
  $συνφ=\frac{d_1}{\ell/2}\Rightarrow d_1=\frac{\ell}{2}\cdot συνφ=\frac{\ell}{2}\cdot 0,8=\frac{2}{2}\cdot 0,8\Rightarrow d_1=0,8m$

  $ημφ=\frac{d_2}{l/2}\Rightarrow d_2=\frac{l}{2}\cdot ημφ=\frac{2}{2}\cdot 0,6\Rightarrow d_2=0,6m$

  Άρα $T\cdot 0,8=M\cdot g\cdot 0,6\Rightarrow T\cdot 0,8=5,6\cdot 10\cdot 0,6\Rightarrow T=\frac{5,6\cdot 6}{0,8}\Rightarrow T=42\,N$.
- $\Sigma F_x=0\Rightarrow F_x-T=0\Rightarrow F_x=T=42N$.
- $\Sigma F_y=0\Rightarrow F_y-w=0\Rightarrow F_y=w=M\cdot g=5,6\cdot 10\Rightarrow F_y=56N.$

Άρα $F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}=\sqrt{42^2+56^2}=\sqrt{1764+3136}=\sqrt{4900}\Rightarrow F=70N$ το μέτρο της $\vec{F}$ και για τη διεύθυνση της $εφθ=\frac{F_x}{F_y}=\frac{42}{56}=\frac{3}{4}$ όπου θ η γωνία που σχηματίζει η $\vec{F}$ με την κατακόρυφη διεύθυνση. Επειδή $εφφ=\frac{0,6}{0,8}=\frac{3}{4}$ ισχύει φ = θ άρα η F έχει τη διεύθυνση της ράβδου.

Δ2. Η κίνηση της σφαίρας είναι επιβραδυνόμενη:

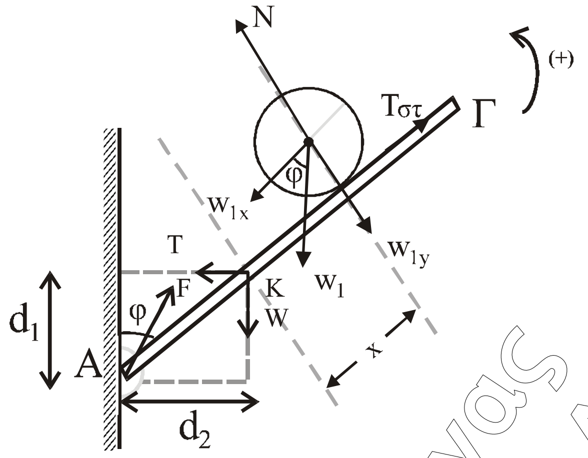


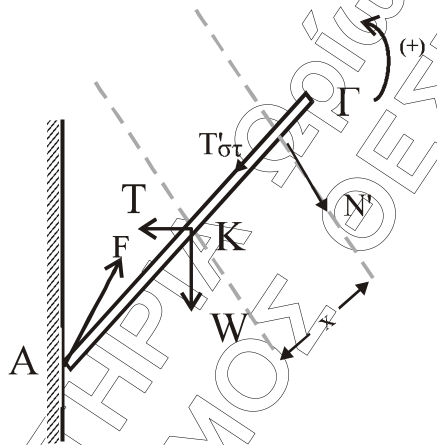
- $\Sigma\tau = \mathrm{I}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow \tau_{\mathrm{T}_{\sigma\tau}} = \mathrm{I}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow \mathrm{T}_{\sigma\tau}\cdot \mathrm{r} = \dfrac{2}{5}\cdot 0,4\cdot\dfrac{1}{70}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow \mathrm{T}_{\sigma\tau} = \dfrac{0,8}{350}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.}$ (1)
- $\Sigma F = ma_{cm} \Rightarrow \mathrm{w}_{1x} - \mathrm{T}_{\sigma\tau} = \mathrm{m}\cdot\alpha_{\mathrm{cm}} \Rightarrow \mathrm{m}\cdot\mathrm{g}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi - \dfrac{0,8}{350}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} = 0,4\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} r \Rightarrow$

$$\Rightarrow 0,4\cdot 10\cdot 0,8 - \frac{0,8}{350}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} = 0,4\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.}\cdot\frac{1}{70} \Rightarrow 4\cdot 0,8 = \frac{0,8}{350}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} + \frac{0,4}{70}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3,2 = \frac{28}{350}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu.} = \frac{350\cdot 3,2}{2,8} \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega\nu.} = 400\,\mathrm{rad/s^2}.$$

Δ3.





Παρατήρηση: Στη ράβδο ασκούνται οι παραπάνω δυνάμεις, οι οποίες είναι: 1) Η αντίδραση της $T_{στ}$ που δέχεται η σφαίρα $T'_{στ} = |T_{στ}|$. Η $T'_{στ}$ δεν έχει ροπή, γιατί ο φορέας της περνάει από τον άξονα περιστροφής. 2) Η αντίδραση $N' = |N|$ που δέχεται η ράβδος από τη σφαίρα. Για τη σφαίρα: $\Sigma F_y = 0$ άρα $w_{1y} = N = |N'| \Rightarrow |N'| = mg \cdot ημφ = 0,4 \cdot 10 \cdot 0,6 \Rightarrow |N'| = 2,4N$. 3) Η τάση του νήματος. 4) Το βάρος της ράβδου. 5) Η δύναμη F από την άρθρωση. Η F δεν προκαλεί ροπή γιατί ασκείται στο σημείο περιστροφής.

Ισορροπία ράβδου:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow -\tau_{N'} - \tau_W + \tau_T = 0 \Rightarrow \tau_T = \tau_{N'} + \tau_W$$

$$T \cdot d_1 = N'\left(\frac{\ell}{2} + x\right) + w \cdot d_2$$

$$T \cdot 0,8 = 2,4\left(\frac{2}{2} + x\right) + 56 \cdot 0,6$$

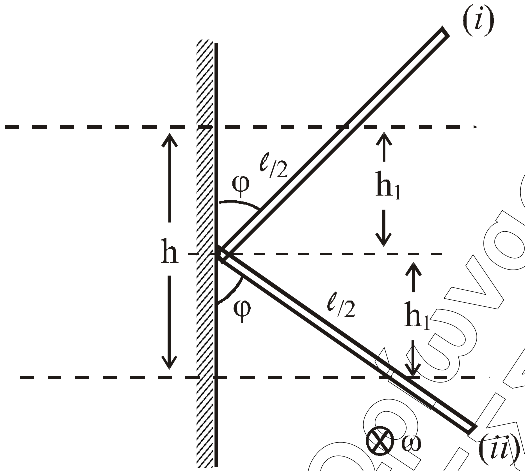
$$T \cdot 0,8 = 2,4 + 2,4 + 33,6$$

$$T = \frac{36 + 2,4}{0,8} \Rightarrow \boxed{T = 45 + 3x} \quad \text{(SI)}$$

με $0 \leq x \leq \frac{\ell}{2}$ ή $\boxed{0 \leq x \leq 1m}$.

Σχόλιο: Αν ο μαθητής/τρια έγραψε ότι η ράβδος δέχεται δύναμη από τη σφαίρα ίση με τη συνιστώσα του βάρους της σφαίρας W_{1y} = 2,4 N τότε, βάσει λυμένου παραδείγματος του σχολικού βιβλίου, η απάντησή του θα έπρεπε να θεωρηθεί σωστή.

Δ4.



ΑΔΜΕ (i → ii)

$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ}$

$$Mg \cdot h = \frac{1}{2} I \cdot ω^2 \quad (1)$$

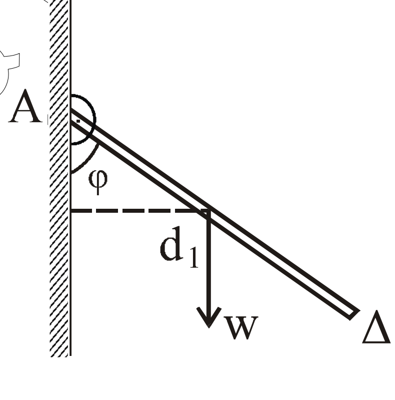
όμως $h = 2h_1 = 2 \cdot \frac{l}{2} \cdot συνφ = 2 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0,8$ άρα h = 1,6 m και

$$I = \frac{1}{3} M l^2 = \frac{1}{3} \cdot 5,6 \cdot 2^2 = \frac{22,4}{3} kgm^2$$

Με αντικατάσταση στην (1)

$$(1) \rightarrow 5,6 \cdot 10 \cdot 1,6 = \frac{1}{2} \cdot \frac{22,4}{3} \cdot ω^2 \quad ή \quad ω^2 = 24$$

άρα $ω = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ rad / s



$$\frac{dK}{dt} = Στ \cdot ω$$

όμως $Στ = ω \cdot d_1 = Mg \frac{l}{2} \cdot ημφ$

ή $\Sigma\tau = 5{,}6 \cdot 10 \cdot \frac{2}{2} \cdot 0{,}6$

άρα Στ = 33,6 N·m

Επομένως $\frac{dK}{dt} = 33.6 \cdot 2\sqrt{6} = 67{,}2\sqrt{6}$ J/s ή W .

Δ5.

Η ροπή αδράνειας του συστήματος είναι:

$$I_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} = I_{\rho_1} + I_{\rho_2} = \frac{1}{3}\cdot M \cdot l^2 + \frac{1}{3}\cdot M' \cdot l^2 \Rightarrow I_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} = \frac{1}{3}\cdot 5{,}6 \cdot 2^2 + \frac{1}{3}\cdot 3 \cdot 5{,}6 \cdot 2^2 =$$

$$= \frac{22{,}4}{3} + \frac{67{,}2}{3} = \frac{89{,}6}{3}\,\text{Kgm}^2 \text{ ή } I_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} = 4I.$$

Από ΑΔΣ

$\overrightarrow{L_{\alpha\rho\chi.}} = \overrightarrow{L_{\tau\varepsilon\lambda.}} \Rightarrow$ ή αλγεβρικά

$$\Rightarrow L_{\alpha\rho\chi.} = L_{\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow I \cdot \omega = I_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} \cdot \omega' \Rightarrow I \cdot 2\sqrt{6} = 4I \cdot \omega' \Rightarrow \omega' = \frac{2\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ rad/s}$$

Για το κλάσμα ισχύει:

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{\frac{1}{2} I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \cdot \omega'^2 - \frac{1}{2} I \cdot \omega^2}{\frac{1}{2} I \cdot \omega^2} = \frac{I_{\sigma\upsilon\sigma\tau} \cdot \omega'^2}{I \cdot \omega^2} - 1 = \frac{4 \cdot I \cdot \omega'^2}{I \cdot \omega^2} - 1 = 4 \cdot \frac{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2}{\left(2\sqrt{6}\right)^2} - 1 = 4 \cdot \frac{1}{16} - 1 =$$

$$= \frac{1}{4} - 1 = -0{,}75 .$$

Άρα το ποσοστό απώλειας είναι 75%.