# ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

## ΦΥΣΙΚΗ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΘΕΜΑΤΩΝ**: ΑΤΡΕΙΔΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ

**ΤΑΞΗ**: Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
**ΜΑΘΗΜΑ**: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
**Ημερομηνία**: Σάββατο 28 Δεκεμβρίου 2024
**Διάρκεια Εξέτασης**: 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

**ΘΕΜΑ Α**

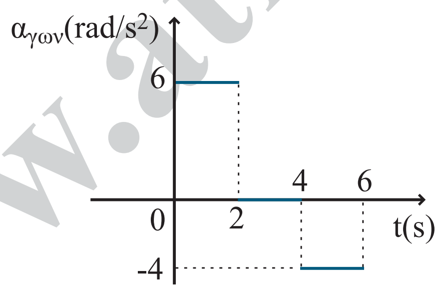
*Στις ημιτελείς προτάσεις **Α1 – Α4** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση η οποία τη συμπληρώνει σωστά.*

**Α1.** Μικρή σφαίρα $Σ_1$ μάζας $m_1$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $υ_1$ και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα $Σ_2$. Μετά την κρούση, η πρώτη σφαίρα χάνει το 100% της κινητικής της ενέργειας. Η μάζα $m_2$ της δεύτερης σφαίρας είναι:

**α.** $m_2 > m_1$.
**β.** $m_2 = m_1$.
**γ.** $m_2 < m_1$.
**δ.** $m_2 = 10m_1$.

***Μονάδες 5***

**Α2.** Ένας ομογενής δίσκος αρχικά ακίνητος, αρχίζει να περιστρέφεται τη χρονική στιγμή $t_o$=0 γύρω από σταθερό άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου και διέρχεται από το κέντρο του. Η γωνιακή επιτάχυνση του δίσκου σε συνάρτηση με το χρόνο, παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα του σχήματος.




**α.** Στο χρονικό διάστημα από 2s μέχρι 4s ο δίσκος είναι ακίνητος.
**β.** Τη χρονική στιγμή 6s ο δίσκος σταματάει.
**γ.** Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης (από 0 έως 6s) ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας είναι σταθερός.
**δ.** Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης (από 0 έως 6s) ο δίσκος περιστρέφεται συνεχώς προς την ίδια κατεύθυνση.

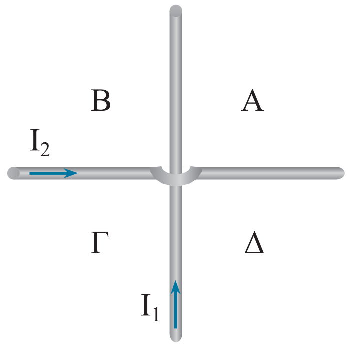
***Μονάδες 5***

**Α3.** Ένα σώμα ξεκινάει να εκτελεί τη χρονική στιγμή $t_o$=0 φθίνουσα ταλάντωση, έχοντας αρχικό πλάτος $A_o$ και αρχική ενέργεια $E_o$. Τη χρονική στιγμή $t_1$ το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι $A_1=A_o/2$. Τη χρονική στιγμή $t_2=4t_1$, η ενέργεια $E_2$ της ταλάντωσης του σώματος είναι:

**α.** $E_2=E_o/4$
**β.** $E_2=E_o/16$
**γ.** $E_2=E_o/64$
**δ.** $E_2=E_o/256$

***Μονάδες 5***

**Α4.** Στο παρακάτω σχήμα οι δυο ευθύγραμμοι αγωγοί βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και είναι κάθετοι μεταξύ τους. Οι αγωγοί διαρρέονται από ηλεκτρικά ρεύματα σταθερής έντασης $I_1$ και $I_2$ αντίστοιχα, με κατευθύνσεις αυτές που φαίνονται στο σχήμα. Η ένταση του συνολικού μαγνητικού πεδίου μπορεί να είναι μηδέν:




**α.** στα τεταρτημόρια Α και Β.
**β.** στα τεταρτημόρια Α και Γ.
**γ.** στα τεταρτημόρια Β και Δ.
**δ.** στα τεταρτημόρια Γ και Δ.

***Μονάδες 5***

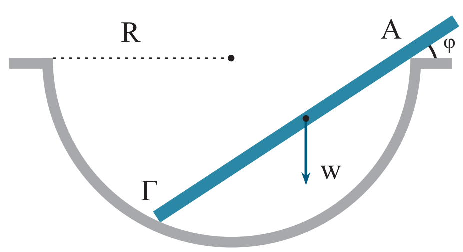
**Α5.** *Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, για τη σωστή πρόταση, και τη λέξη **Λάθος**, για τη λανθασμένη.*

**α.** Μια σφαίρα μάζας $m_1$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με μια ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2$ με $m_2 > m_1$. Μετά την κρούση οι δυο σφαίρες απομακρύνονται μεταξύ τους.
**β.** Στην ομαλή κύλιση ενός τροχού η ταχύτητα της μεταφορικής του κίνησης, είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού.
**γ.** Ένα σώμα μάζας m είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς Κ και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους Α χωρίς αρχική φάση. Όταν το σώμα θα έχει κάνει δυο πλήρεις ταλαντώσεις θα έχει διανύσει συνολικό διάστημα 8Α.
**δ.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση το μέτρο της δύναμης του εξωτερικού διεγέρτη είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης επαναφοράς του συστήματος.
**ε.** Ένας κυκλικός αγωγός ακτίνας r, διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης I. Το διάνυσμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του, είναι πάνω στο επίπεδο του κυκλικού αγωγού.

***Μονάδες 5***

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** Ομογενής ράβδος βάρους w και μήκους $\ell$ ισορροπεί στο εσωτερικό λείου ημισφαιρίου ακτίνας R, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Για το μήκος της ράβδου ισχύει $2R<\ell<4R$. Αν η γωνία φ είναι $30^o$, τότε το μήκος της ράβδου είναι:



**α.** $\ell = 2\sqrt{3}R$

**β.** $\ell = \dfrac{5\sqrt{3}R}{3}$

**γ.** $\ell = \dfrac{4\sqrt{3}R}{3}$

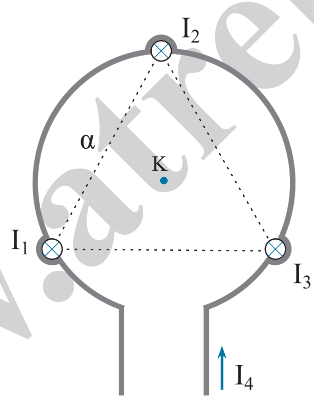
**i.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

*Μονάδες 2*

**ii.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 6*

**Β2.** Στις κορυφές ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς α βρίσκονται τρεις ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκους κάθετοι στο επίπεδο του τριγώνου. Οι αγωγοί διαρρέονται από σταθερά ηλεκτρικά ρεύματα εντάσεων $I_1$=I, $I_2$=2I και $I_3$=I αντίστοιχα. Από τις κορυφές του τριγώνου διέρχεται κυκλικός αγωγός με το επίπεδό του πάνω στο επίπεδο του τριγώνου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ο κυκλικός αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής έντασης $I_4$=I και δημιουργεί στο κέντρο του μαγνητικό πεδίο έντασης Β. Οι αγωγοί έχουν αμελητέο πάχος, είναι εξωτερικά μονωμένοι και οι κατευθύνσεις των ρευμάτων φαίνονται στο σχήμα. Αν $\mu_o$ είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού, το μέτρο της συνολικής έντασης του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο Κ του αγωγού είναι:




**α.** $B_{ολ} = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{I}{\alpha}\sqrt{1+\pi^2}$

**β.** $B_{ολ} = \dfrac{\mu_o}{2\pi}\dfrac{I}{\alpha}\sqrt{3\left(1+\pi^2\right)}$

**γ.** $B_{ολ} = \dfrac{\mu_o}{\pi}\dfrac{I}{\alpha}\sqrt{1+\pi^2}$

**i.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

*Μονάδες 2*

**ii.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 7*

**Β3.** Ένα σώμα $\Sigma_1$ είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του στην οριζόντια διεύθυνση και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α, πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Όταν το σώμα βρίσκεται στο σημείο στο οποίο η κινητική και η δυναμική ενέργεια της

ταλάντωσης είναι ίσες, συγκρούεται ελαστικά με ένα άλλο ακίνητο σώμα $Σ_2$ και χάνει το 50% της κινητικής του ενέργειας.
Μετά την κρούση το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α΄. Ο λόγος των δυο πλατών είναι:

**α.** $\frac{A'}{A}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **β.** $\frac{A'}{A}=\frac{1}{2}$

**γ.** $\frac{A'}{A}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ **δ.** $\frac{A'}{A}=1$

**i.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

***Μονάδες 2***

**ii.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

***Μονάδες 6***

**ΘΕΜΑ Γ**

Στο σχήμα τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ (αμελητέων διαστάσεων) με μάζες $m_1$=1Kg και $m_2$=3Kg συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές νήμα μέσω τροχαλίας αμελητέας μάζας. Το σώμα $Σ_1$ είναι στερεωμένο σε ελατήριο σταθεράς $K_1$=100N/m και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο $K_1$ να έχει επιμήκυνση. Τη χρονική στιγμή $t_o$=0 κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ενώ το σώμα $Σ_2$ αφού ολισθήσει χωρίς τριβές πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο κατά διάστημα d=0,4m συναντάει το ελεύθερο άκρο ενός ελατηρίου σταθεράς $K_2$=150N/m, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σταθερά. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι $φ=30^o$.

**Γ1.** Να γράψετε την εξίσωση της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση για την ταλάντωση του σώματος $Σ_1$ και να κάνετε το διάγραμμα U-x.

***Μονάδες 6***

**Γ2.** Να γράψετε την χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας για την ταλάντωση του σώματος $Σ_1$ και να την παραστήσετε γραφικά για χρόνο μιας περιόδου.

***Μονάδες 7***

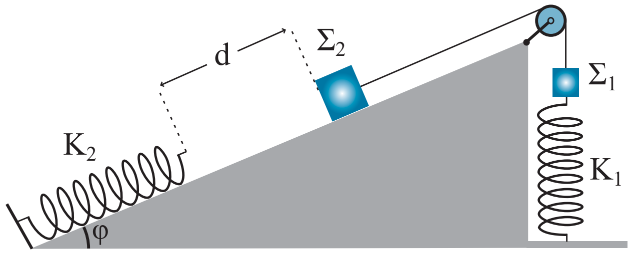
**Γ3.** Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου $K_2$.

***Μονάδες 5***

**Γ4.** Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος $Σ_2$, τη χρονική στιγμή $t_1$ στην οποία το σώμα $Σ_1$ θα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά, αφού εξετάσετε αν το ελατήριο $K_2$ επηρεάζει τον παραπάνω ρυθμό μεταβολής.

***Μονάδες 7***

Να θεωρήσετε:
Τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες.
Θετική τη φορά προς τα πάνω.
Δίνονται $g=10m/s^2$ και π=3,14.



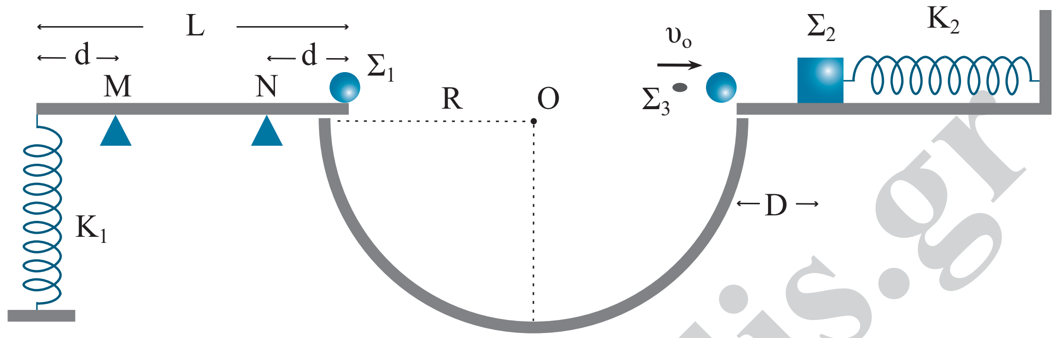
# ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

## ΦΥΣΙΚΗ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΘΕΜΑΤΩΝ**: ΑΤΡΕΙΔΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ

**ΘΕΜΑ Δ**

Στο παρακάτω σχήμα η σημειακή σφαίρα $Σ_1$, μάζας $m_1$ ισορροπεί στο ένα άκρο οριζόντιας αβαρούς δοκού μήκους L=0,8m. Το άλλο άκρο της δοκού είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K_1$=100N/m το οποίο έχει δυναμική ενέργεια $U_{ελ}$=0,02J. Η ράβδος ισορροπεί πάνω σε δυο στηρίγματα καθένα από τα οποία απέχει απόσταση d=0,2m από τα άκρα της. Οι αντιδράσεις πάνω στα δυο στηρίγματα έχουν ίδιο μέτρο. Κάποια χρονική στιγμή τραβάμε τη δοκό προς τα αριστερά και η σφαίρα αρχίζει να κινείται χωρίς αρχική ταχύτητα στο λείο ημικύκλιο ακτίνας R=0,8m.




**Δ1.** Να υπολογίσετε τη στροφορμή της σφαίρας όταν αυτή βρίσκεται για πρώτη φορά σε μια θέση, όπου η ακτίνα του ημικύκλιου σχηματίζει γωνία φ=60$^o$ με την κατακόρυφο.

***Μονάδες 6***

**Δ2.** Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής της σφαίρας τη στιγμή που διέρχεται από το κατώτερο σημείο της τροχιάς της.

***Μονάδες 4***

Όταν η ταχύτητα της σφαίρας μηδενιστεί για πρώτη φορά, ένα βλήμα $Σ_3$ μάζας $m_3$=0,1Kg που κινείται με ταχύτητα $υ_ο$=6m/s σφηνώνεται στο κέντρο μάζας της. Το συσσωμάτωμα κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο για διάστημα D=0,3m και στη συνέχεια συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ένα σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2$=0,3Kg το οποίο ισορροπούσε στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $K_2$ το οποίο είχε το φυσικό του μήκος. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι μ=0,5.
**Δ3.** Να υπολογίσετε τη συνολική θερμότητα που παράγεται στις πλαστικές κρούσεις.

***Μονάδες 4***

Το συσσωμάτωμα $Σ_1$-$Σ_2$-$Σ_3$ συσπειρώνει το ελατήριο. Στη μέγιστη συσπείρωση το έργο της τριβής έχει το ίδιο μέτρο με το έργο της δύναμης του ελατηρίου.
**Δ4.** Να υπολογίσετε τον λόγο της τριβής που ασκείται στο συσσωμάτωμα $Σ_1$-$Σ_2$-$Σ_3$, προς τη δύναμη του ελατηρίου, τη στιγμή που αυτό βρίσκεται στο μισό της μέγιστης συσπείρωσής του για πρώτη φορά.

***Μονάδες 6***

Το συσσωμάτωμα $Σ_1$-$Σ_2$-$Σ_3$ σταματάει να κινείται σε μια θέση που το ελατήριο $K_2$ έχει το φυσικό του μήκος.
**Δ5.** Να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που κινήθηκε το συσσωμάτωμα $Σ_1$-$Σ_2$-$Σ_3$ μέχρι να σταματήσει.

***Μονάδες 5***

Να θεωρήσετε:
Τις διαστάσεις των σωμάτων αμελητέες.
Τη διάρκεια των κρούσεων αμελητέα.
Δίνεται η ένταση της βαρύτητας g=10m/s$^2$.

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

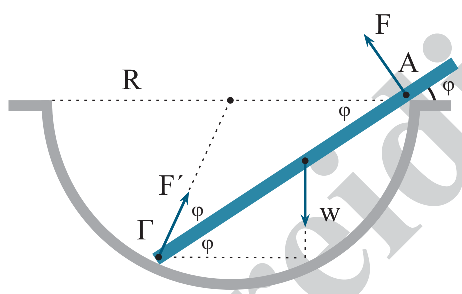
### ΘΕΜΑ Α

**Α1.** β
**Α2.** δ
**Α3.** δ
**Α4.** β
**Α5.** **α.** Σ, **β.** Λ, **γ.** Σ, **δ.** Λ, **ε.** Λ

### ΘΕΜΑ Β

**Β1. i.** Σωστή η γ.

**ii.** Από την ισορροπία της ράβδου παίρνουμε:




$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow F2R\sigma\upsilon\nu\varphi - w\frac{\ell}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F2R = w\frac{\ell}{2} \Rightarrow F = \frac{w\ell}{4R}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F'\sigma\upsilon\nu 2\varphi = F\eta\mu\varphi \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F'\eta\mu 2\varphi = w - F\sigma\upsilon\nu\varphi \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow \frac{\sigma\upsilon\nu 2\varphi}{\eta\mu 2\varphi} = \frac{F\eta\mu\varphi}{w - F\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{F\frac{1}{2}}{w - F\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow$$

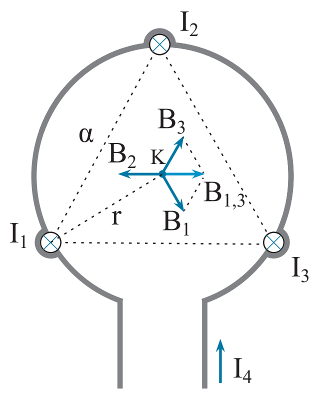
$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{w\ell}{4R}}{2w - \sqrt{3}\frac{w\ell}{4R}} \Rightarrow \ell = \frac{4\sqrt{3}R}{3}$$

**Β2. i.** Σωστή η β.

**ii.** Αν d η διάμεσος του ισόπλευρου τριγώνου, η ακτίνα του κύκλου είναι:

$$\alpha^2 = d^2 + \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \Rightarrow d^2 = \alpha^2 - \frac{\alpha^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{3\alpha^2}{4}} \Rightarrow d = \frac{\sqrt{3}\alpha}{2}$$

$$r = \frac{2}{3}d \Rightarrow r = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{3}\alpha}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}\alpha}{3}$$




Τα τρία διανύσματα των μαγνητικών πεδίων των ευθύγραμμων αγωγών στο κέντρο Κ σχηματίζουν μεταξύ τους γωνίες $120^o$ και φαίνονται στο σχήμα.
Η συνολική ένταση από τους αγωγούς 1 και 3 είναι:

$$B_1 = B_3 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$$

$$B_{1,3} = \sqrt{B_1^2 + B_3^2 + 2B_1B_3\sigma\upsilon\nu 120^0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{1,3} = \sqrt{B_1^2 + B_1^2 + 2B_1B_1\left(-\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{1,3} = B_1 = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$$

Υπολογίζουμε τη συνολική ένταση των τριών αγωγών.

$$B_{1,2,3} = \left|B_{1,3} - B_2\right| = \left|\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r} - \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\cdot 2I}{r}\right| = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}$$

Η ένταση αυτή μαζί με την ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο κυκλικός αγωγός είναι μεταξύ τους κάθετες.

$$B = \sqrt{B_{1,2,3}^2 + B_4^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}\right)^2 + \left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}\right)^2\left(1+\pi^2\right)} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{2I}{r}\sqrt{\left(1+\pi^2\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{\frac{\sqrt{3}\alpha}{3}}\sqrt{\left(1+\pi^2\right)} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{3I}{\sqrt{3}\alpha}\sqrt{\left(1+\pi^2\right)} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{\sqrt{3}I}{\alpha}\sqrt{\left(1+\pi^2\right)} = \frac{\mu_o}{2\pi}\frac{I}{\alpha}\sqrt{3\left(1+\pi^2\right)}$$

**B3. i.** Σωστή η α.
**ii.** Βρίσκουμε το σημείο στο οποίο η κινητική και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίσες.

$$K + U = E \Rightarrow 2U = E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA^2 \Rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $\Sigma_1$ πριν και μετά την κρούση.

$$K + U = E \Rightarrow 2K = E \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\upsilon_{max}$$

$$K' = \frac{1}{2}K \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_1'^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\upsilon_{max}\right)^2 \Rightarrow \upsilon_1' = \frac{\upsilon_{max}}{2}$$

Από τη διατήρηση της ενέργειας για τη νέα ταλάντωση παίρνουμε:

$$K' + U' = E' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{1}{2}DA'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\frac{\upsilon_{max}^2}{4} + D\frac{A^2}{2} = DA'^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\frac{A^2\omega^2}{4} + D\frac{A^2}{2} = DA'^2 \Rightarrow \frac{A'}{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

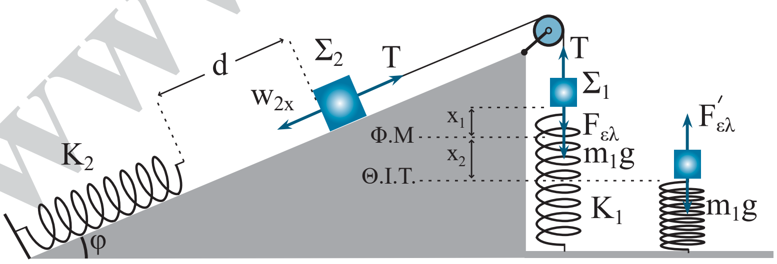
**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Υπολογίζουμε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $\Sigma_1$.
Από την ισορροπία στα δυο σώματα πριν κόψουμε το νήμα παίρνουμε:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T = w_{2x} \Rightarrow T = m_2 g\eta\mu\varphi = 3\cdot 10\frac{1}{2} = 15\,N$$

$$\Sigma F' = 0 \Rightarrow T - w_1 - F_{\varepsilon\lambda} = 0 \Rightarrow T - m_1 g - K_1 x_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 - 1\cdot 10 - 100x_1 = 0 \Rightarrow 100x_1 = 5 \Rightarrow x_1 = 0{,}05\,m$$




Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του $\Sigma_1$ ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} - w_1 = 0 \Rightarrow K_1 x_2 = m_1 g \Rightarrow 100x_2 = 1\cdot 10 \Rightarrow x_2 = 0{,}1\,m$$

Και το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος $\Sigma_1$ είναι:

$$A = x_1 + x_2 = 0{,}15\ m$$

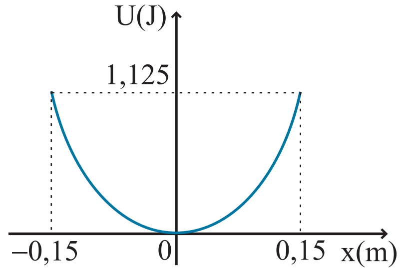
Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι:

$$E = \frac{1}{2}K_1 A^2 = \frac{1}{2}100\cdot 0{,}15^2 = 1{,}125\,J$$

Η δυναμική ενέργεια σε συνάρτηση με την απομάκρυνση είναι:

$$U=\frac{1}{2}K_1x^2=\frac{1}{2}100x^2=50x^2$$

Το διάγραμμά της σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.




**Γ2.** Από την εξίσωση της απομάκρυνσης υπολογίζουμε την αρχική φάση της ταλάντωσης.

$$x=A\cdot ημ(ωt+φ)\xrightarrow{t=0}A=Aημφ\Rightarrow ημφ=1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow ημφ=ημ\frac{π}{2}\Rightarrow\left|\begin{array}{l}φ=2κπ+\dfrac{π}{2}\\ φ=2κπ+π-\dfrac{π}{2}\end{array}\right.\xrightarrow{κ=0}φ=\frac{π}{2}\text{rad}$$

Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα και την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος $Σ_1$.

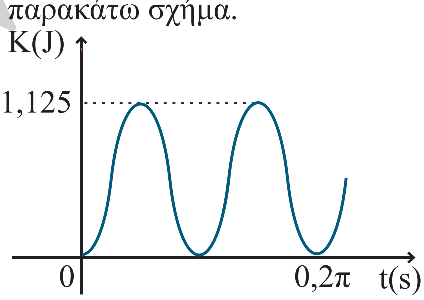
$$K_1=m_1ω^2\Rightarrow ω=\sqrt{\frac{K_1}{m_1}}=\sqrt{\frac{100}{1}}=10\,\text{rad/s}$$

$$T=\frac{2π}{ω}=\frac{2π}{10}=0,2π\,\text{s}$$

Η κινητική ενέργεια σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$K=E\cdot συν^2(ωt+φ)\Rightarrow K=1,125\cdot συν^2\left(10t+\frac{π}{2}\right)$$

Και το διάγραμμά της φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.




**Γ3.** Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του $Σ_2$ από τη χρονική στιγμή $t_o$=0 μέχρι τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

$$ΣW=ΔK\Rightarrow W_{w_{2x}}+W_{F_{ελ}}=K_{τελ}-K_{αρχ}\Rightarrow m_2gημφ(d+x_{max})-\frac{1}{2}K_2x_{max}^2=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot 10\frac{1}{2}(0,4+x_{max})=\frac{1}{2}150x_{max}^2\Rightarrow 12+30x_{max}=150x_{max}^2\Rightarrow 5x_{max}^2-x_{max}-0,4=0$$

Λύνοντας την παραπάνω δευτεροβάθμια εξίσωση παίρνουμε:

$$x_{max} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 5(-0,4)}}{2 \cdot 5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{1 \pm 3}{10} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x_{max} = 0,4\,m \\ x_{max} = -0,2\,m \end{array} \right.$$

Άρα $x_{max}$ = 0,4 m.

**Γ4.** Υπολογίζουμε το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει το σώμα $Σ_2$ στο ελατήριο.

$$ΣF = m_2 α \Rightarrow w_{2x} = m_2 α \Rightarrow m_2 g ημφ = m_2 α \Rightarrow α = g ημφ = 10\frac{1}{2} = 5\,m/s^2$$

$$d = \frac{1}{2} α t'^2 \Rightarrow t' = \sqrt{\frac{2d}{α}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,4}{5}} = \sqrt{0,16} = 0,4\,s$$

Η χρονική στιγμή $t_1$ είναι:

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{0,2π}{4} = 0,05π = 0,157\,s$$

Αφού $t_1 < t'$, τη χρονική στιγμή $t_1$ το σώμα $Σ_2$ δεν έχει φτάσει ακόμη στο ελατήριο.
Η ταχύτητά του είναι:

$$υ = α t_1 = 5 \cdot 0,05π = 0,25π\ m/s$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής του ενέργειας είναι:

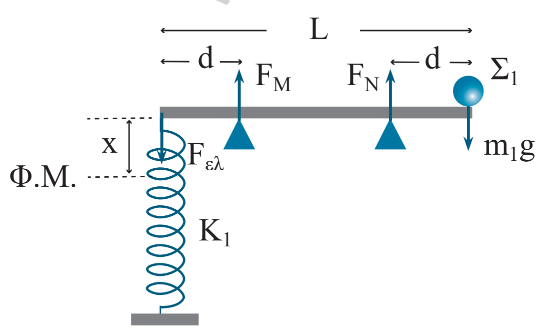
$$\frac{dK}{dt} = P_{ΣF} = ΣF \cdot υ = m_2 g ημφ \cdot υ = 3 \cdot 10 \frac{1}{2} 0,25π = 3,75π\,J/s$$

**ΘΕΜΑ Δ**

**Δ1.** Από τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου υπολογίζουμε την επιμήκυνσή του.

$$U_{ελ} = \frac{1}{2} K_1 x^2 \Rightarrow 0,02 = \frac{1}{2} 100 x^2 \Rightarrow x = 0,02m$$

Από την ισορροπία της δοκού παίρνουμε:




$$ΣF = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_M + F_N - F_{ελ} - m_1 g = 0 \xrightarrow{F_M = F_N}$$

$$\Rightarrow 2F_M - K_1 x - m_1 g = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_M = 1 + 5m_1$$

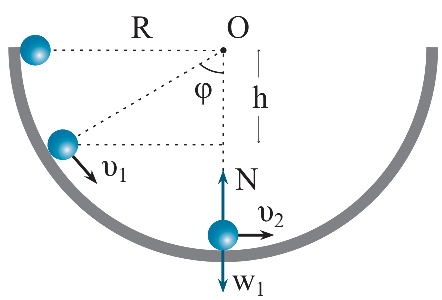
$$Στ_{(N)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{ελ}(L - d) - F_M(L - 2d) - m_1 g d = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 0,6 - (1 + 5m_1)0,4 - m_1 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = 0,2Kg$$

Υπολογίζουμε την ταχύτητα και την στροφορμή  της σφαίρας.




$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{K_{αρχ}=0,\ U_{τελ}=0}$$
$$\Rightarrow m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 υ_1^2 \Rightarrow gRσυνφ = \frac{1}{2} υ_1^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow υ_1 = 2\sqrt{2}\,m/s$$
$$L_{Σ_1} = m_1 υ_1 R = 0,32\sqrt{2}\,\frac{Kg \cdot m^2}{s}$$

**Δ2.** Υπολογίζουμε την ταχύτητα της σφαίρας στο κατώτερο σημείο της τροχιάς της.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{K_{αρχ}=0,\ U_{τελ}=0}$$
$$\Rightarrow m_1 gR = \frac{1}{2} m_1 υ_2^2 \Rightarrow υ_2 = \sqrt{2gR} = 4\,m/s$$

Και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής της σφαίρας είναι:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = Σ\vec{F} \Rightarrow \frac{dp}{dt} = F_κ \Rightarrow \frac{dp}{dt} = \frac{m_1 υ_2^2}{R} = 4\,\frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

**Δ3.** Υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος $Σ_1$ - $Σ_3$ μετά την πλαστική κρούση.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_3 υ_ο = (m_1 + m_3) υ_{1,3} \Rightarrow υ_{1,3} = 2m/s$$

Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος $Σ_1$ - $Σ_3$ πριν την κρούση του με το σώμα $Σ_2$.

$$ΣW = ΔK \Rightarrow W_T = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -μ(m_1 + m_3) gD = \frac{1}{2}(m_1 + m_3) υ_{1,3}'^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_3) υ_{1,3}^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -2μgD = υ_{1,3}'^2 - υ_{1,3}^2 \Rightarrow υ_{1,3}' = 1m/s$$

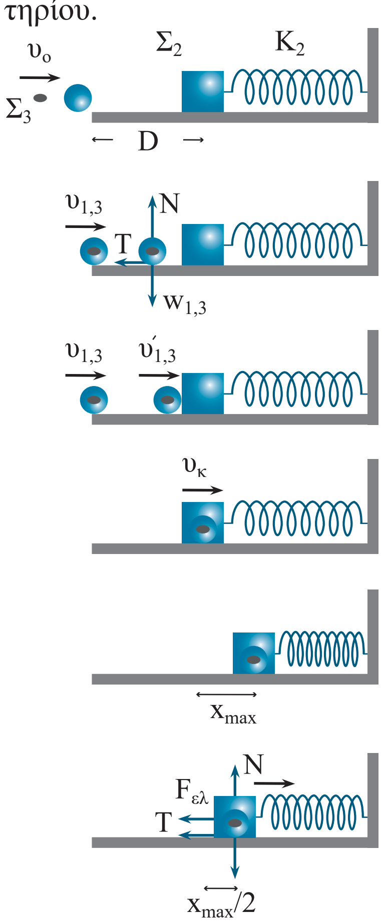
Υπολογίζουμε την ταχύτητα του συσσωματώματος $Σ_1$ - $Σ_2$ - $Σ_3$ μετά την κρούση.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow (m_1 + m_3) υ_{1,3}' = (m_1 + m_2 + m_3) υ_κ \Rightarrow υ_κ = 0,5m/s$$

Και η συνολική θερμότητα που παράγεται στις πλαστικές κρούσεις είναι:

$$Q = |ΔK_1| + |ΔK_2| \Rightarrow$$
$$\Rightarrow Q = \left|\frac{1}{2}(m_1 + m_3) υ_{1,3}^2 - \frac{1}{2} m_3 υ_ο^2\right| + \left|\frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3) υ_κ^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_3) υ_{1,3}'^2\right| = 1,275J$$

**Δ4.** Εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. υπολογίζουμε τη συσπείρωση $x_{max}$ και στη συνέχεια τη σταθερά $K_2$ του ελατηρίου.




$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_{\varepsilon\lambda} + W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \xrightarrow{|W_{\varepsilon\lambda}|=|W_T|}$$

$$\Rightarrow 2W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \xrightarrow{K_{\tau\varepsilon\lambda}=0}$$

$$\Rightarrow -2\mu m_{1,2,3} g x_{max} = -\frac{1}{2} m_{1,2,3} \upsilon_\kappa^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{max} = 0,0125\text{m}$$

$$|W_{\varepsilon\lambda}| = |W_T| \Rightarrow \frac{1}{2} K_2 x_{max}^2 = \mu m_{1,2,3} g x_{max} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_2 = 480\text{N}/\text{m}$$

Και ο λόγος των δυνάμεων είναι:

$$\frac{T}{F_{\varepsilon\lambda}} = \frac{\mu m_{1,2,3} g}{K_2 \dfrac{x_{max}}{2}} = \frac{0,5 \cdot 0,6 \cdot 10}{480 \dfrac{0,0125}{2}} = 1$$

**Δ5.** Όταν το συσσωμάτωμα $\Sigma_1$ - $\Sigma_2$ - $\Sigma_3$ σταματήσει, με το ελατήριο $K_2$ στο φυσικό του μήκος, όλη η αρχική κινητική του ενέργεια θα έχει γίνει έργο τριβής. Από το Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

$$\Sigma W = \Delta K \Rightarrow W_T = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \xrightarrow{K_{\tau\varepsilon\lambda}=0} -\mu(m_1 + m_2 + m_3) g x_{o\lambda} = -\frac{1}{2}(m_1 + m_2 + m_3)\upsilon_\kappa^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu g x_{o\lambda} = \frac{1}{2}\upsilon_\kappa^2 \Rightarrow 0,5 \cdot 10 x_{o\lambda} = \frac{1}{2} 0,5^2 \Rightarrow x_{o\lambda} = 0,025\text{m}$$